

PUBLICACIONES TÉCNICAS PUBLICACIONES TÉCNICAS PUBLICACIONES TÉCNICAS

CONSEJO **IBEROAMERICANO** DEL BRAILLE

**C · · B**

Código **matemático**  
unificado  
para Iberoamérica

Edita

# Código matemático unificado para Iberoamérica



© Consejo Iberoamericano del Braille

Marzo de 2023

## Comisión Técnica de Ciencias

**Integrantes:** José Eduardo Badilla Mora · Juan José Della Barca · Paulo Coelho · Miriam Graciela Jorge · Patricia Neves Raposo · Pedro Ruiz Prieto

**Coordinación:** Jaime Muñoz Carenas

## Edita:

**Grupo Social ONCE**

Calle del Prado, 24; 28014 Madrid (España)

**Edición y fotografía de cubierta:** Francisco J. Martínez Calvo



**Reconocimiento-NoComercial-SinObraDerivada**

**CC BY-NC-ND**

Esta licencia Creative Commons le permite descargar el documento e imprimirlo para su uso personal, así como compartirlo con otras personas, siempre que se reconozca su autoría. No permite cambiar de ninguna manera su contenido ni utilizarlo comercialmente.

# Índice

<b>Introducción</b> .....	7
Convenios de representación .....	9
<b>Capítulo 1. Caracteres literales</b> .....	12
Prefijos distintivos.....	12
1.1. Caracteres latinos .....	12
1.2. Caracteres griegos .....	14
1.3. Variantes tipográficas del alfabeto latino.....	15
<i>Primera variante tipográfica</i> .....	15
<i>Segunda variante tipográfica</i> .....	17
<b>Capítulo 2. Cifras y números</b> .....	18
2.1. Cifras o guarismos.....	18
2.2. Números enteros .....	18
2.3. Números decimales .....	19
2.4. Números fraccionarios.....	19
2.5. Representaciones especiales.....	20
a) <i>Números especiales</i> .....	20
b) <i>Números que incluyen letras con valor numérico</i> .....	20
c) <i>Números con cifras en variante tipográfica o de color</i> .....	21
d) <i>Números con indicación de la base de numeración</i> .....	22
2.6. Representación de conjuntos numéricos .....	22
<b>Capítulo 3. Delimitadores</b> .....	23
3.1. Delimitadores en horizontal .....	23
3.2. Delimitadores en vertical.....	25
3.3. Estructuras bidimensionales (matrices, determinantes y tablas) .....	27
3.3.1. <i>Representación bidimensional explícita</i> .....	28
3.3.2. <i>Representación braille semilinealizada</i> .....	34
3.4. Delimitación de regiones en el seno de una estructura bidimensional .....	38
3.4.1. <i>Regiones en estructuras bidimensionales representadas en braille en forma explícita</i> .....	39
3.4.2. <i>Regiones en estructuras bidimensionales representadas en braille en forma semilinealizada</i> .....	42
<b>Capítulo 4. Índices y marcas</b> .....	46
4.1. Posiciones .....	46
4.2. Índices .....	46
4.2.1. <i>Caso general</i> .....	46

4.2.2. <i>Subíndices numéricos</i> .....	48
4.3. Marcas .....	48
4.3.1. <i>Marcas en superíndice a la derecha</i> .....	48
4.3.2. <i>Marcas en superescrito</i> .....	50
4.3.3. <i>Marcas en suscrito</i> .....	51
4.3.4. <i>Marcas en subíndice a la derecha o a la izquierda o superíndice a la izquierda</i> .....	52
4.4. Símbolos afectados por varios índices y/o marcas .....	52
4.4.1. <i>Orden de escritura</i> .....	52
4.4.2. <i>Índices desplazados</i> .....	53
<b>Capítulo 5. Operadores aritméticos y algebraicos</b> .....	55
5.1. Operaciones aritméticas elementales .....	55
5.2. Potencias y raíces .....	57
5.2.1. <i>Potencias</i> .....	57
5.2.2. <i>Raíces</i> .....	58
5.3. Combinatoria .....	59
5.4. Otros operadores .....	60
5.5. Operadores sobre conjuntos de números .....	60
5.5.1. <i>Sumatoria o sumatorio</i> .....	60
5.5.2. <i>Productoria o productorio</i> .....	61
5.5.3. <i>Coproductorio o coproductoria</i> .....	61
5.6. Operadores sobre estructuras bidimensionales .....	62
<b>Capítulo 6. Relaciones aritméticas y algebraicas</b> .....	64
6.1. Relaciones .....	64
6.2. Relaciones negadas .....	65
<b>Capítulo 7. Teoría de conjuntos</b> .....	67
7.1. Conceptos básicos .....	67
7.2. Operaciones entre conjuntos .....	68
7.3. Relaciones entre los elementos de un conjunto .....	69
7.4. Cardinales .....	70
<b>Capítulo 8. Lógica</b> .....	71
8.1. Cuantificadores .....	71
8.2. Lógica de proposiciones .....	71
<b>Capítulo 9. Análisis y cálculo</b> .....	73
9.1. Generalidades .....	73
<i>Escritura de pares ordenados</i> .....	74
<i>Función a trozos</i> .....	76
<i>Intervalos</i> .....	76

9.2. Límites.....	77
9.3. Derivadas y diferenciales.....	79
<i>Derivada de una función</i> .....	79
<i>Derivada de orden n</i> .....	80
<i>Derivada parcial</i> .....	80
<i>Derivada parcial n-ésima</i> .....	81
<i>Nabla, laplaciano, d'alambertiano</i> .....	83
9.4. Integrales.....	83
<b>Capítulo 10. Funciones clásicas</b> .....	85
10.1. Sucesiones, progresiones y series.....	85
10.1.1. <i>Sucesiones</i> .....	85
10.1.2. <i>Progresiones</i> .....	86
10.1.3. <i>Series</i> .....	86
10.2. Funciones representadas por símbolos/notaciones literales.....	86
10.2.1. <i>Funciones exponenciales y logarítmicas</i> .....	87
10.2.2. <i>Funciones trigonométricas (circulares)</i> .....	88
10.2.3. <i>Funciones hiperbólicas</i> .....	89
10.2.4. <i>Otras funciones, parámetros y características representadas por símbolos</i> .....	90
<b>Capítulo 11. Geometría y vectores</b> .....	92
11.1. Elementos geométricos.....	92
11.2. Vectores.....	93
11.3. Relaciones geométricas.....	94
11.4. Operaciones entre elementos geométricos.....	95
11.5. Medidas de ángulos.....	96
11.6. Polígonos y curvas.....	97
<b>Capítulo 12. Estadística y probabilidad</b> .....	98
<b>Capítulo 13. Matemáticas financieras</b> .....	101
<b>Capítulo 14. Criterios de adaptación y edición</b> .....	103
14.1. Aspectos a tener en cuenta en la escritura de textos matemáticos.....	103
14.2. Partición de expresiones matemáticas.....	104
14.3. Otros aspectos a considerar.....	107
14.4. Resaltado y coloreado de elementos y expresiones.....	109
14.5. Espacios para cumplimentación o relleno dentro de expresiones matemáticas.....	110
<b>Apéndice 1. Unidades matemáticas y físicoquímicas</b> .....	112
1.1. Unidades físicoquímicas fundamentales.....	112
1.2. Unidades físicoquímicas derivadas.....	113
1.3. Prefijos para múltiplos y submúltiplos.....	114

<b>Apéndice 2</b> .....	116
2.1. Ordinales .....	116
2.2. Numeración romana .....	116
2.3. Monedas .....	117
<b>Apéndice 3. Combinaciones de flechas y puntos</b> .....	118



## Introducción

En todas las áreas del conocimiento han surgido nuevos contenidos y formas de representarlos. El acceso a toda esa información es un derecho universal e irrestricto.

Durante todos estos años, ha ido apareciendo la necesidad de representar notaciones y expresiones matemáticas no contempladas en la versión inicial del Código Matemático Unificado (CMU) de 1987 (estadística, matemáticas financieras, representaciones bidimensionales, algunos delimitadores, recursos tipográficos que no se usaban en aquellos años, etc.) o aparecidas con posterioridad en el ámbito educativo o científico general.

El braille es un organismo vivo que, además, en los últimos lustros, viene demostrando una vitalidad pasmosa. Permanece inacabado, desplegando una potencialidad que honra a su inventor.

En particular, la signografía braille de matemáticas y de otras disciplinas científicas es una herramienta abierta, flexible y dinámica, con capacidad de afrontar los desafíos y cambios continuos en la representación gráfica de expresiones matemáticas.

Por otro lado, la educación inclusiva ha supuesto la participación de un mayor número de estudiantes con discapacidad visual tanto en niveles medios como superiores, lo que ha motivado la necesidad de actualizar la representación de algunas de las expresiones utilizadas en el aula de matemáticas. Es una signografía que, por supuesto, abarca diferentes etapas educativas y permite representar símbolos tanto a nivel elemental como a nivel superior.

Esa dinámica social y educativa llevó al Consejo Iberoamericano del Braille (CIB), formado por representantes de los países de lengua castellana y portuguesa, a considerar la necesidad de una actualización del Código Matemático Unificado y a decidir, para ello, la conformación de una Comisión Técnica de Ciencias, dedicada al estudio amplio y profundo de los contenidos de matemáticas, sus representaciones y aplicación correcta utilizando el sistema braille. La presente actualización del CMU es el resultado del trabajo de esa comisión.

Por todo lo expuesto, este código y sus normas de representación braille están sujetos a nuevas ampliaciones y modificaciones que impongan en el futuro su aplicación y la evolución de los procesos educativos y científicos.

Tomando como base la validez y consistencia de la mayoría de los signos aprobados en 1987, el resultado final de esta actualización ha sido la incorporación de nuevos signos y representaciones, así como algunas modificaciones que se consideran necesarias.

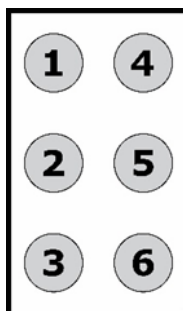
Una novedad de la versión 2023 del CMU es su publicación en lengua castellana y portuguesa.


La actualización del código se ha hecho teniendo en cuenta:

- Que es la herramienta de lectoescritura de los estudiantes usuarios del braille dentro de la novedad que supone la realidad generalizada de la «educación inclusiva».
- Las necesidades de los profesionales de la matemática usuarios del braille.
- Las necesidades del estudiantado usuario del braille, detectadas por los docentes en su quehacer diario dentro del aula de matemáticas. Un buen uso del código supone una mayor facilidad de escritura por el estudiante ciego y evita algunos equívocos observados en la lectura braille.
- Las nuevas tecnologías, que cada vez están más presentes dentro del aula y en la educación de las personas ciegas.
- Las exigencias, actuales o futuras, de la edición y transcripción digitales, que, para producir textos braille con mayor calidad, requieren del empleo de un código apropiado.
- Que se han dado pautas de transcripción que nos han permitido no ser exhaustivos en la enumeración de representaciones puntuales.
- Se ha tenido en cuenta la representación gráfica de los símbolos visuales como posiciones relativas, salvo en algunos signos muy utilizados, como el de sumar o el de igualdad, en los que se tiene en cuenta el significado.

A lo largo de los capítulos de esta nueva edición del Código Matemático Unificado se hace alusión a las series en las que se dividen las combinaciones que se forman con los seis puntos del signo generador braille.

La asignación de puntos para representar un carácter braille es:

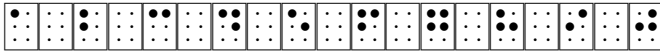


Por ejemplo, el carácter braille que representa a la letra z está formado por los puntos 1, 3, 5 y 6: 

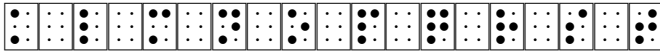


A continuación, se incluyen las siete series:

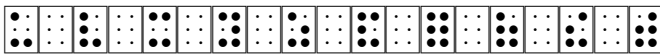
**Serie 1.<sup>a</sup>:** se utilizan los puntos 1, 2, 4 y 5.



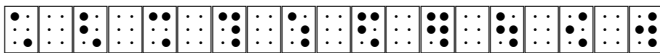
**Serie 2.<sup>a</sup>:** se agrega el punto 3 a las combinaciones de la 1.<sup>a</sup> serie.



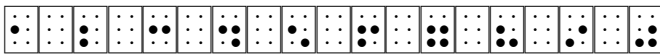
**Serie 3.<sup>a</sup>:** se agrega el punto 6 a las combinaciones de la 2.<sup>a</sup> serie.



**Serie 4.<sup>a</sup>:** se agrega el punto 6 a las combinaciones de la 1.<sup>a</sup> serie.



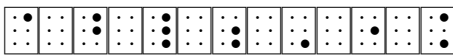
**Serie 5.<sup>a</sup>:** se baja una posición a los puntos de la 1.<sup>a</sup> serie, puntos 2, 3, 5 y 6.



**Serie 6.<sup>a</sup>:** puntos 3, 4, 5 y 6.



**Serie 7.<sup>a</sup>:** puntos 4, 5 y 6.




## Convenios de representación

A lo largo de los capítulos que componen este código, los signos se irán presentando en tablas con una serie de columnas: signo visual, signo en braille, número de los puntos braille que forman el signo y significado.

En la columna respectiva, la enumeración de los puntos braille que forman cada signo se ajusta a los siguientes convenios:


- El signo braille se representa por un número formado por los dígitos de cada uno de los puntos que lo componen.

Ejemplo:

 puntos braille: 1234


- Cuando un signo braille conste de más de una celda, los puntos de cada carácter braille se separan del anterior y del siguiente con un guion.

Ejemplo:

 puntos braille: 46-1345


- Cuando el espacio en blanco forma parte de un signo se representa con 0.

Ejemplo:

 puntos braille: 0-123-0

- Se entenderá por «semicajetín en blanco» cuando una de las columnas del cajetín braille no tenga ningún punto.
- Cuando un signo exija tener un semicajetín en blanco a continuación (a su derecha) se representa 0D.

Ejemplos del signo 456-0D. Obsérvese que, en este primer caso, el cajetín que viene a continuación no contiene ninguno de los puntos 1, 2 o 3:


 puntos braille: 456-0D-46-1234

Sin embargo, en este otro caso sí que los tiene, por lo que es necesario dejar un cajetín sin ningún punto entre ambos caracteres:


 puntos braille: 456-0-1234

- Cuando un signo deba ir precedido de un semicajetín en blanco (a su izquierda) se representa como I0.

Ejemplos del signo I0-123. Obsérvese que, en este primer caso, el cajetín anterior no contiene ninguno de los puntos 4, 5 o 6:

 puntos braille: 13-I0-123

Sin embargo, en este caso sí que los tiene, por lo que es necesario dejar un cajetín sin ningún punto entre ambos caracteres:

 puntos braille: 3456-0-123

- A lo largo del texto, a veces se hace referencia a «signos o números en posición baja». Con ello se hace referencia a la totalidad de los signos de la 5.ª serie.

Se incluyen numerosos ejemplos con el objetivo de clarificar el uso de los signos.

El código se ha estructurado en 14 capítulos y tres apéndices. Se recomienda leer el capítulo 14. *Criterios de adaptación y edición*, antes de encarar la utilización del código.

Algunos aspectos a destacar del código son:

### 1. Novedades.

- Se contempla la distinción de colores y cambios de tipografía dentro de expresiones numéricas y matemáticas (capítulos 1 y 2).
- Se ha modificado la representación de los números fraccionarios (*Capítulo 2*).
- Se agregó la representación de otros delimitadores en horizontal (*Capítulo 3*).
- Representación diferenciada de expresiones bidimensionales (sistemas, matrices, determinantes, etc.) en formatos desarrollados y semilinealizados (*Capítulo 3*).
- Se recogen signos para estadística y matemática financiera en sus notaciones más frecuentes (capítulos 12 y 13).
- Se contemplan, también, cuestiones relativas a adaptación al braille de nuevos recursos tipográficos utilizados en la edición de los actuales libros de texto que, muchas veces, se emplean con fines didácticos, como la representación braille de «espacios en blanco» o «a rellenar», y expresiones o caracteres y signos subrayados, tachados y en color (*Capítulo 14*).
- Se establecen normas sobre la partición de expresiones matemáticas que exceden el número de caracteres de la impresión braille (*Capítulo 14*).
- Se incluyen representaciones abreviadas y alternativas que permiten cierta flexibilidad para la toma de apuntes por parte del alumnado o para manejo en editores (trigonométricas, límites, derivadas...) (capítulos 9 y 10).
- Se incluyen representaciones braille de «unidades fisicoquímicas» (o «álgebra de cantidades») siguiendo los acuerdos internacionales recogidos en la 9.<sup>a</sup> edición de 2019 del Sistema Internacional de Unidades (*Apéndice 1*).

### 2. Recomendaciones para ediciones en braille.

- Se recomienda (fundamentalmente a los editores) que en los textos de ciencias se incluyan tablas con los signos utilizados y su significado.
- Conviene dar a conocer cuál es la función y el uso de los paréntesis auxiliares cuando aparezcan por primera vez en un texto, dado que se trata de un recurso propio del sistema braille (*Capítulo 3*).
- Cuando aparezca una expresión matemática dentro de un texto, deberán dejarse dos espacios antes y dos después (*Capítulo 14*).
- Para evitar posibles confusiones, se recomienda no utilizar la estenografía braille en los textos de ciencias exactas o naturales.

# Capítulo 1. Caracteres literales

## Prefijos distintivos

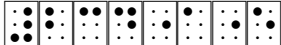
En el Código Matemático Unificado aprobado en Montevideo (Uruguay) en junio de 1987 se introdujo el concepto de «prefijos alfabéticos». Esto suponía que, tomando como base las letras latinas minúsculas, cada uno de estos prefijos las caracterizaba como letras de un alfabeto, según el signo fijado para ser el distintivo de cada uno de ellos. También las latinas minúsculas tenían su prefijo, pues era necesario, por ejemplo, evitar confusiones entre números y letras.

Este concepto se mantiene en el fondo y también en la forma, pero es necesario hacer algunas precisiones.

- A) Exceptuando las letras latinas minúsculas, en las que se omite el prefijo salvo para evitar confusiones, se ha de considerar cada letra (sea cual sea el alfabeto) como un signo braille formado por dos caracteres inseparables —*prefijo + letra base*— y considerarlo como cualquier otro signo que ocupa dos celdas. Esto significará que, en expresiones matemáticas, ningún prefijo (ni siquiera el de las letras latinas minúsculas de la «a» a la «j» dentro de expresiones numéricas) tendrá validez para varias letras consecutivas.
- B) Puesto que la función de «prefijo alfabético» no es la única que ejercen los signos braille elegidos para ello (precisamente, son bastante empleados para marcas), hay que tener cuidado de no crear confusiones, aplicando para las letras latinas minúsculas un uso correcto del punto 5 cuando es utilizado como «prefijo de latina minúscula».
- C) De lo dicho se deduce que en las expresiones numéricas que contienen letras, en las que no siempre todas ellas van al final, todos los caracteres braille de la serie 1.<sup>a</sup> no precedidos del punto 5 tienen valor numérico. Es decir, son cifras.

Ejemplos:

234a5 


234ae 


Además de lo expresado más adelante en este capítulo, otros ejemplos del uso del punto 5 serán tratados en detalle en los capítulos correspondientes.

### 1.1. Caracteres latinos











































Se incluyen solo las letras del alfabeto latino que se utilizan en matemáticas.

Letra minúscula	Signo braille	Puntos braille	Letra mayúscula	Signo braille	Puntos braille
a		1	A		46-1
b		12	B		46-12
c		14	C		46-14
d		145	D		46-145
e		15	E		46-15
f		124	F		46-124
g		1245	G		46-1245
h		125	H		46-125
i		24	I		46-24
j		245	J		46-245
k		13	K		46-13
l		123	L		46-123
m		134	M		46-134
n		1345	N		46-1345
o		135	O		46-135
p		1234	P		46-1234
q		12345	Q		46-12345
r		1235	R		46-1235
s		234	S		46-234
t		2345	T		46-2345
u		136	U		46-136
v		1236	V		46-1236
w		2456	W		46-2456
x		1346	X		46-1346
y		13456	Y		46-13456
z		1356	Z		46-1356

En caso de que las letras minúsculas puedan dar lugar a confusión al formar parte de signos o expresiones, deberán ir precedidas del carácter  (5), denominado «prefijo de latina minúscula».

El carácter braille  (46), que forma parte inseparable de las letras latinas mayúsculas, se denomina «prefijo de latina mayúscula».

## 1.2. Caracteres griegos

Nombre	Letra minúscula	Signo braille	Puntos braille	Letra mayúscula	Signo braille	Puntos braille
alfa	α		4-1	Α		45-1
beta	β		4-12	Β		45-12
gamma	γ		4-1245	Γ		45-1245
delta	δ		4-145	Δ		45-145
épsilon	ε		4-15	Ε		45-15
dseta	ζ		4-1356	Ζ		45-1356
eta	η		4-156	Η		45-156
zeta	θ		4-1456	Θ		45-1456
iota	ι		4-24	Ι		45-24
kappa	κ		4-13	Κ		45-13
lambda	λ		4-123	Λ		45-123
mi	μ		4-134	Μ		45-134
ni	ν		4-1345	Ν		45-1345
xi	ξ		4-1346	Ξ		45-1346
ómicron	ο		4-135	Ο		45-135
pi	π		4-1234	Π		45-1234
ro	ρ		4-1235	Ρ		45-1235
sigma	ς σ		4-234	Σ		45-234
tau	τ		4-2345	Τ		45-2345
ípsilon	υ		4-136	Υ		45-136
fi	φ		4-124	Φ		45-124

Nombre	Letra minúscula	Signo braille	Puntos braille	Letra mayúscula	Signo braille	Puntos braille
ji	χ		4-12346	Χ		45-12346
psi	ψ		4-13456	Ψ		45-13456
omega	Ω		4-2456	Ω		45-2456

El carácter (4), que forma parte inseparable de las letras griegas minúsculas, se denomina «prefijo de griega minúscula».

El carácter (45), que forma parte inseparable de las letras griegas mayúsculas, se denomina «prefijo de griega mayúscula».

Otros caracteres griegos de uso común que llevan prefijo diferente son:

Nombre	Signo visual	Signo braille	Puntos braille
Varzeta	ϑ		4-346-1456
Varépsilon	ε		4-346-15
varro	ϱ		4-346-1235
varpi	ϖ		4-346-1234
varsigma	ς		4-346-234
varfi	φ		4-346-124
varkappa	κ		4-346-13
digamma	Ϝ		456-1236


### 1.3. Variantes tipográficas del alfabeto latino

Los diferentes tipos de letra, ya sea porque pertenecen a otro juego de caracteres (como ocurre con las letras góticas) o porque en su representación se emplean distintos recursos tipográficos (tales como colores, efectos de sombreado, contornos...), requerirán para su representación en braille los siguientes recursos.











































#### *Primera variante tipográfica*

El carácter (6), que forma parte inseparable de esta primera variante tipográfica, se aplica preferentemente para diferenciar las letras minúsculas con una tipografía distinta de la base; en particular, la letra gótica.



El carácter  (56), que forma parte inseparable de esta primera variante tipográfica, se aplica preferentemente para diferenciar las letras mayúsculas con una tipografía distinta de la base; en particular, la letra gótica.<sup>1</sup>

En la tabla que viene a continuación se ha utilizado el juego de caracteres conocido en Unicode como «Mathematical Bold Fraktur», simplemente a modo de ejemplo.

Carácter latino	Letra minúscula	Carácter braille	Puntos braille	Letra mayúscula	Carácter braille	Puntos braille
a/A	<b>a</b>		6-1	<b>A</b>		56-1
b/B	<b>b</b>		6-12	<b>B</b>		56-12
c/C	<b>c</b>		6-14	<b>C</b>		56-14
d/D	<b>d</b>		6-145	<b>D</b>		56-145
e/E	<b>e</b>		6-15	<b>E</b>		56-15
f/F	<b>f</b>		6-124	<b>F</b>		56-124
g/G	<b>g</b>		6-1245	<b>G</b>		56-1245
h/H	<b>h</b>		6-125	<b>H</b>		56-125
i/I	<b>i</b>		6-24	<b>I</b>		56-24
j/J	<b>j</b>		6-245	<b>J</b>		56-245
k/K	<b>k</b>		6-13	<b>K</b>		56-13
l/L	<b>l</b>		6-123	<b>L</b>		56-123
m/M	<b>m</b>		6-134	<b>M</b>		56-134
n/N	<b>n</b>		6-1345	<b>N</b>		56-1345
o/O	<b>o</b>		6-135	<b>O</b>		56-135
p/P	<b>p</b>		6-1234	<b>P</b>		56-1234
q/Q	<b>q</b>		6-12345	<b>Q</b>		56-12345
r/R	<b>r</b>		6-1235	<b>R</b>		56-1235
s/S	<b>s</b>		6-234	<b>S</b>		56-234
t/T	<b>t</b>		6-2345	<b>T</b>		56-2345
u/U	<b>u</b>		6-136	<b>U</b>		56-136

<sup>1</sup> Ver en el capítulo 14 el uso del 56 como signo de espacio a rellenar.

Carácter latino	Letra minúscula	Carácter braille	Puntos braille	Letra mayúscula	Carácter braille	Puntos braille
v/V	v		6-1236	ⱱ		56-1236
w/W	w		6-2456	Ɱ		56-2456
x/X	x		6-1346	Ɀ		56-1346
y/Y	y		6-13456	Ɱ		56-13456
z/Z	z		6-1356	Ɀ		56-1356


### **Segunda variante tipográfica**











Si, además, fuera necesario distinguir una variante tipográfica más, se utilizará el prefijo inseparable (346) para las minúsculas y (146) para las mayúsculas.

**Nota:** en la edición de expresiones matemáticas en braille, para caracteres literales y sus tipografías solamente se emplearán los signos recogidos en este capítulo, salvo que en otros capítulos se disponga otra forma de representación para la cual deberá adjuntarse nota aclaratoria y lo que se establece en el capítulo 14 a propósito de *Criterios de adaptación y edición* o las indicaciones que pudieran recogerse como «notas de transcripción braille».


## Capítulo 2. Cifras y números

### 2.1. Cifras o guarismos

Se representan por los caracteres braille de la primera serie precedidos de  (3456).

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
1		3456-1	uno
2		3456-12	dos
3		3456-14	tres
4		3456-145	cuatro
5		3456-15	cinco
6		3456-124	seis
7		3456-1245	siete
8		3456-125	ocho
9		3456-24	nueve
0		3456-245	cero


### 2.2. Números enteros


El signo  (3456) actúa como indicador para todos los dígitos del número, por lo que solo aparece al principio de la cantidad.


Siempre que haya separación entre los grupos de cifras en caracteres visuales, en braille se utilizará el punto 3 como separador.


Ejemplos:

31.720 

3 802 197 

46781 

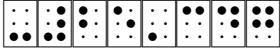
Los números negativos se representarán teniendo como primer carácter braille el signo  (36).<sup>2</sup>

<sup>2</sup> El signo  (36) se corresponde con el signo de menos (ver capítulo 5. *Operadores aritméticos y algebraicos*).


Ejemplos:

-7 

-29 

-25 347 

## 2.3. Números decimales

El signo de separación de parte decimal en braille se representará con el elemento  (2), aun cuando en caracteres visuales aparezcan otros signos, tales como el punto.

Ejemplos:

3.2  tres enteros, dos décimas

3,2  tres enteros, dos décimas

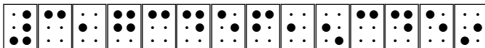
3'2  tres enteros, dos décimas

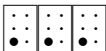
En las expresiones decimales periódicas, el comienzo del periodo se transcribirá mediante el punto 2, sea cual fuere su representación en caracteres visuales. Si se considera necesario resaltar la representación de dicho periodo, se podrá acudir al recurso de los paréntesis auxiliares<sup>3</sup> a continuación del punto 2 que marca el comienzo del periodo.

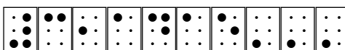
Ejemplos:

3,2̄54 

7,2̄9 

3,734563̄45 

Las expresiones con puntos suspensivos en la parte decimal se escribirán con  (3-3-3):

3,1415... 

## 2.4. Números fraccionarios

En este apartado se tratan únicamente las fracciones enteras o números fraccionarios.

---

<sup>3</sup> Sobre el recurso de los paréntesis auxiliares ver capítulo 3.

$$\frac{3}{4} \text{ o } \frac{3}{4}$$

El numerador, precedido de signo numérico, se escribirá en la parte superior del cajetín (1.ª serie). El denominador, a continuación, sin signo numérico, en la parte inferior (5.ª serie), seguido de cajetín en blanco.

Ejemplos:

$$\frac{3}{4} \text{ o } \frac{3}{4} \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \end{array} \quad \text{Tres cuartos}$$

$$\frac{38}{63} \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \end{array} \quad \text{Treinta y ocho sesentaitresavos}$$

$$3\frac{1}{5} \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \end{array} \quad \text{Tres enteros y un quinto}$$

## 2.5. Representaciones especiales

### a) Números especiales

Algunos números tienen representaciones especiales, como es el caso de:

- El número pi:  $\pi$   $\begin{array}{|c|c|} \hline \cdot & \cdot \\ \hline \cdot & \cdot \\ \hline \end{array}$  (4-1234)
- El número e (base de los logaritmos naturales):  $e$   $\begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$  (15)
- El número i (unidad imaginaria):  $i$   $\begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$  (24)

Ejemplos:

$$\pi=3,141592\dots \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \end{array}$$


$$e=2,718281\dots \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \end{array}$$

$$1+2i \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \end{array}$$


En este ejemplo, se puede observar que se ha utilizado el punto 5  $\begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$  antes de la letra «i», con la que se representa la unidad imaginaria, para indicar que es una letra latina minúscula de la primera serie en vez de una cifra.

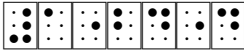
### b) Números que incluyen letras con valor numérico


El signo  $\begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$  (3456) actúa como indicador para todos los dígitos del número, ya sean cifras o estén representados por letras (como ocurre con los números en bases superiores a 10), por lo que solo aparece al principio de la cantidad.

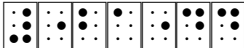
Las letras se representan como se indica en el capítulo 1 y, en este caso, las minúsculas latinas de la «a» a la «j» irán precedidas del carácter braille  (5) para indicar su condición de latina minúscula.

Ejemplos:

1B4D 


1b4d 

14bd 

b1d4 


1axb 

### c) *Números con cifras en variante tipográfica o de color*

Cuando en los números existe variante tipográfica o de color con carácter significativo, se transcribirán haciendo preceder al signo numérico del prefijo  (56).

Ejemplo:



24 

En caso de aparecer una segunda variante tipográfica o de color, podrá utilizarse el signo  (146).<sup>4</sup>



En caso de que se presenten variantes tipográficas o de color en cifras determinadas de un mismo número, el indicador correspondiente precederá inmediatamente a la respectiva cifra.

El texto en el cual se presente esta situación deberá necesariamente incluir una nota aclaratoria.

Ejemplo: 3429, donde la cifra 4 es roja y la 9 es verde. El texto donde aparezca esta distinción comenzará con una nota:

«En lo que sigue, el signo  (146) indica que el carácter ubicado inmediatamente a su derecha es rojo, y el signo  (56) indicará que el carácter ubicado inmediatamente a su derecha es verde»:



<sup>4</sup> Como puede observarse en el capítulo 1. *Caracteres literales*, apartado 1.3, tanto  como  se corresponden con algunos de los prefijos para variantes tipográficas de letras.





## Capítulo 3. Delimitadores

### 3.1. Delimitadores en horizontal

Se consideran como «delimitadores en horizontal» aquellos recursos gráficos que separan o unifican expresiones escritas una a continuación de la otra, en la misma línea. Por ejemplo, un intervalo numérico.

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
(		126	abrir paréntesis
)		345	cerrar paréntesis
[		12356	abrir corchetes
]		23456	cerrar corchetes
{		5-123	abrir llaves
}		456-2	cerrar llaves
<		5-13	abrir paréntesis angulares
>		46-2	cerrar paréntesis angulares
⌈		5-12356	abrir corchetes de clase
⌋		23456-2	cerrar corchetes de clase
(		5-345	abrir llaves especiales
)		126-2	cerrar llaves especiales
		456-0d	barra vertical
		456-123	doble barra
Específico del braille		26	abrir paréntesis auxiliares
Específico del braille		35	cerrar paréntesis auxiliares
/		6-2	barra oblicua
\		5-3	barra inversa
,		0-2	coma de separación
.		0-3	punto de separación
;		0-23	punto y coma de separación

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
[		12356-2	abrir techo
]		5-23456	cerrar techo
[		12356-3	abrir suelo
]		6-23456	cerrar suelo
:		5-2	dos puntos
-		0-36-0	guion corto
—		0-36-36-36-0	guion largo
?		0-26-0	interrogación

**Nota:**

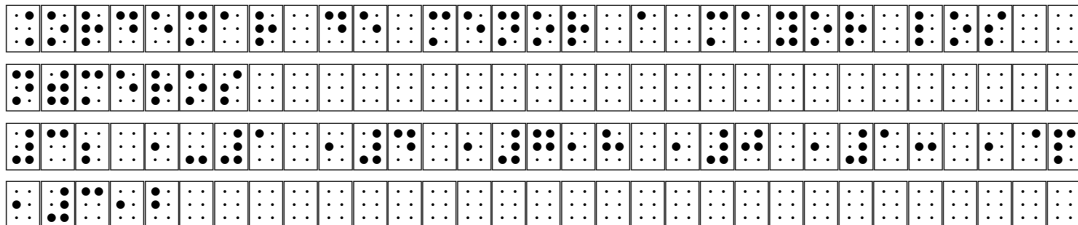
- *Función techo* es la que a cada número real asigna el número entero más próximo por exceso, es decir, el menor número entero igual o mayor que ese número real.
- *Función suelo* o *parte entera* es la que a cada número real asigna el mayor número entero igual o menor que ese número real.

**Nota:** la aparición del espacio que precede a la coma, el punto, el punto y coma y el signo de interrogación se justifica ante la necesidad de evitar confusión con los números fraccionarios.

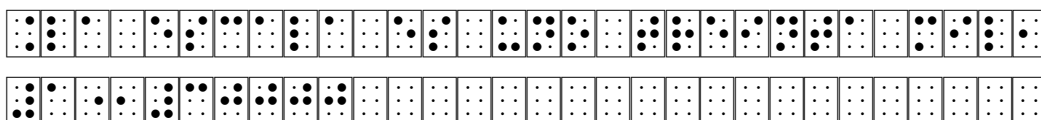
Ejemplos de algunos delimitadores en horizontal:

Ordenar de menor a mayor los números

$$\frac{3}{2}, -1, 4, 7, 8, 0, \frac{1}{3}, \pi, 3, 2$$



La escala es uno treinta mil,  
1:30000



**Nota:** los paréntesis auxiliares no tienen su correspondiente signo en tinta. Constituyen un recurso propio del braille para limitar ciertas expresiones que, en la escritura visual, aparecen unificadas de diversas maneras, tales como el distinto tamaño, distinto nivel respecto a la línea básica de la escritura, raya horizontal en las fracciones y radicandos, etc. (ver, entre otros, los capítulos 4 y 5).

Los paréntesis auxiliares pueden repetirse indefinidamente sin que haya lugar a equívocos, ya que los signos de cierre se producen en orden inverso a las aperturas correspondientes.

### 3.2. Delimitadores en vertical

Se consideran «delimitadores en vertical» los recursos gráficos que determinan dos o más expresiones escritas una debajo de otra. Este es el caso de las llaves utilizadas para abarcar las ecuaciones de un sistema y de las fórmulas que definen una «función a trozos».

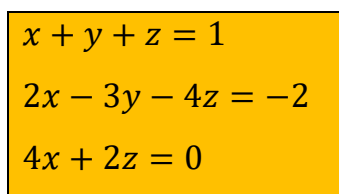
Por ejemplo, en un sistema de ecuaciones. En el siguiente caso el recurso gráfico es una llave:

Sistema de ecuaciones

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y + z = 1 \\ 2x - 3y - 4z = -2 \\ 4x + 2z = 0 \end{array} \right.$$

En este otro caso el recurso gráfico es un fondo de otro color:



Sistema de ecuaciones



$$\begin{array}{l} x + y + z = 1 \\ 2x - 3y - 4z = -2 \\ 4x + 2z = 0 \end{array}$$

Con independencia del recurso gráfico empleado, en braille se transcribirá:

- 1.º) Línea en blanco.
- 2.º) Indicador de agrupamiento en vertical, que incluye:
  - Signo de «delimitador en vertical»:

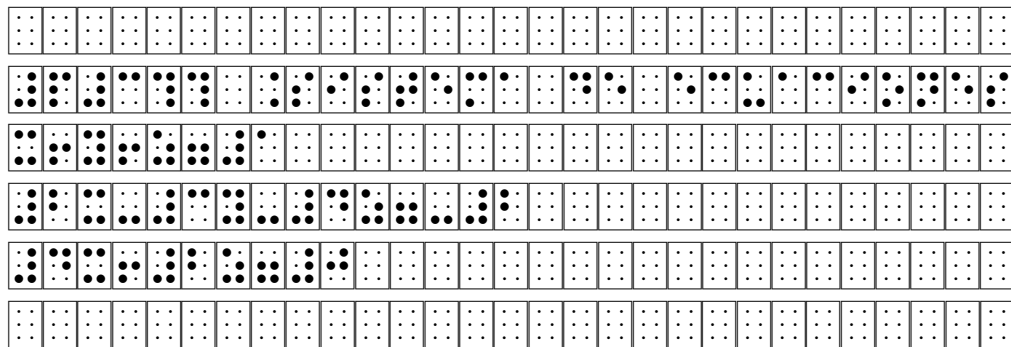
 (3456-1234) (sistema de ecuaciones) y  (3456-2345) (función a trozos)

- Número de expresiones a delimitar, como número ordinario,  $\begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix}$  (3456 + signo braille de la 1.ª serie).
- Signo  $\begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix}$  (1456-1456) (sistema de ecuaciones) y  $\begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix}$  (1256-1456) (función a trozos).
- En su caso, título o expresión de definición de la estructura.

3.º) Las expresiones a delimitar, en líneas independientes.

4.º) Línea en blanco, que se omitirá si coincide con el final de una página.

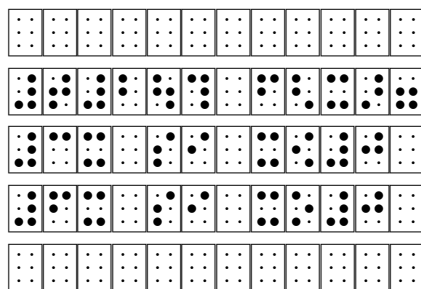
Los dos ejemplos anteriores se escribirán en braille de la misma manera:



Todos estos elementos, incluso las líneas en blanco, deberán estar contenidos en la misma página. Si no hubiera lugar para la última, esta se suprimirá.

A continuación, figura un ejemplo con una función a trozos:<sup>6</sup>

$$f(x) = \begin{cases} 3x & \text{si } x < 0 \\ 6x & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

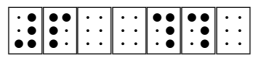
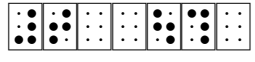


Los signos de *menor que* (<) y *mayor que* (>) pueden encontrarse en el capítulo 6. *Relaciones aritméticas y algebraicas*. En braille se representan como  $\begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix}$  y  $\begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix}$ , respectivamente.

---

<sup>6</sup> Ver funciones en el capítulo 9. *Análisis y cálculo*.

En resumen, los delimitadores para sistema de ecuaciones y función a trozos son:

Signo braille	Puntos braille	Significado
	3456-1234 y 1456-1456	sistema de ecuaciones
	3456-2345 y 1256-1456	función a trozos

### 3.3. Estructuras bidimensionales (matrices, determinantes y tablas)




Se entenderá por «estructura bidimensional» toda ordenación espacial en filas y columnas de cantidades numéricas o expresiones matemáticas individualizables de cualquier tipo. Se llamará «elemento» en una de estas estructuras a cada una de dichas cantidades o expresiones, independientemente de su tamaño y complejidad.

Como estructuras bidimensionales más características se consideran las «matrices» (encerradas entre paréntesis curvos), los «determinantes» (entre barras verticales sencillas) y las «tablas generales», en las que puedan distinguirse filas y columnas, encerradas o no en un marco, con o sin cuadrícula, afectada gráficamente por un determinado fondo, con aspecto rectangular o triangular, etc.

La representación braille de una estructura bidimensional (matriz, determinante, tabla general o cuadro) incluye:

1.º) Línea en blanco.

2.º) El «indicativo de estructura», constituido por:

- El signo de inicio correspondiente a la estructura bidimensional:
  - Paréntesis curvos (habitualmente utilizados para matrices):  (3456-234).
  - Barras verticales sencillas (habitualmente utilizados para determinantes):  (3456-123).
  - Cualquier otra representación (tablas generales):  (3456-1236).  
En este caso, debe incluirse Nota de transcripción, en la que se describirá el recurso gráfico que determina la tabla en el original (por ejemplo: tabla enmarcada, con fondo de un color determinado, etc.)
- Número de filas (escritura ordinaria: signo de número, carácter en «posición alta»).

- Signo de multiplicar («aspa»:  $\begin{smallmatrix} \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \end{smallmatrix}$  (236)).<sup>7</sup>
- Número de columnas (escritura ordinaria: signo de número, carácter en «posición alta»).
- Signos  $\begin{smallmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{smallmatrix}$  (156-1456) para matrices,  $\begin{smallmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{smallmatrix}$  (456-1456) para determinantes y  $\begin{smallmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{smallmatrix}$  (3456-1456) para tablas.
- En su caso, título o expresión de definición de la estructura.

En resumen, los delimitadores para matriz, determinante y sistema son:

Signo braille	Puntos braille	Significado
$\begin{smallmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{smallmatrix}$ $\begin{smallmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{smallmatrix}$	3456-234 y 156-1456	matriz
$\begin{smallmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{smallmatrix}$ $\begin{smallmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{smallmatrix}$	3456-123 y 456-1456	determinante
$\begin{smallmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{smallmatrix}$ $\begin{smallmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{smallmatrix}$	3456-1236 y 3456-1456	tabla

3.9) La representación braille de la estructura bidimensional se podrá realizar de dos formas:

- **Representación bidimensional explícita**, en la que se respetará, en la medida de lo posible, la distribución espacial de los elementos; en particular, la correspondencia en columnas (apartado 3.3.1).
- **Representación semilinealizada**, facilitadora de las tareas del estudiante especialmente a la hora de tomar apuntes, en la que la correspondencia espacial en columna tiene un valor secundario (apartado 3.3.2).

En la edición y transcripción de textos braille se recomienda incluir ambas representaciones, separadas por una línea en blanco.

La primera, la explícita, se considera la más conveniente y deberá figurar siempre. Por motivos didácticos, y para conocimiento del lector, debe incluirse también la segunda forma, la semilinealizada, al menos en los primeros ejemplos de cada obra o capítulo.

### 3.3.1. Representación bidimensional explícita

A continuación, se detallan, para cada estructura, los signos de apertura (izquierda) y cierre (derecha) correspondientes a cada una de las filas:

<sup>7</sup> Ver capítulo 5. *Operadores aritméticos y algebraicos*.

**Estructura encerrada entre paréntesis (matriz):**

Fila	Signo braille de apertura (izquierda)	Puntos braille	Signo braille de cierre (derecha)	Puntos braille
Primera fila		0-234		156-0
Filas intermedias		0-123		456-0
Última fila		0-126		345-0

**Estructura encerrada entre barras (determinante):**

Fila	Signo braille de apertura (izquierda)	Puntos braille	Signo braille de cierre (derecha)	Puntos braille
Primera fila		0-456-0d		456-0
Filas intermedias		0-456-0d		456-0
Última fila		0-456-0d		456-0

**Cualquier otra estructura (tablas en general):**

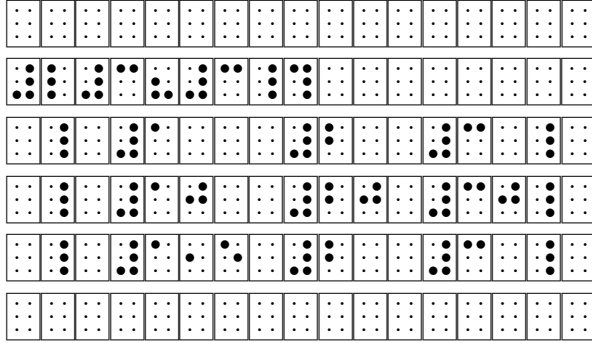
Fila	Signo braille de apertura (izquierda)	Puntos braille	Signo braille de cierre (derecha)	Puntos braille
Primera fila		0-1234		1456-0
Filas intermedias		0-123		456-0
Última fila		0-1236		3456-0

Nótese que los cierres formados por los puntos 456 requieren que se deje un espacio en blanco a continuación y no un semicajetín en blanco, como en la norma general. En caso de coincidir con el final de renglón, no será necesario dejar el espacio en blanco.



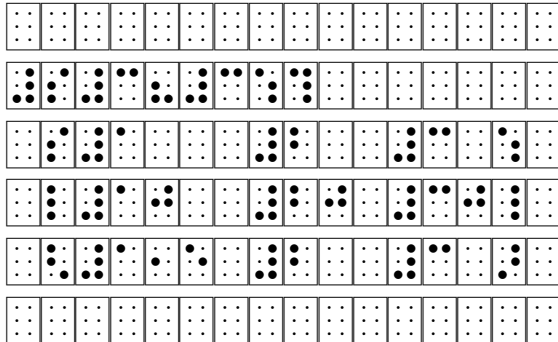
Ejemplo cuando la estructura tiene como delimitadores las barras verticales:

$$\left| \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ 10 & 20 & 30 \\ 1,5 & 2 & 3 \end{array} \right|$$



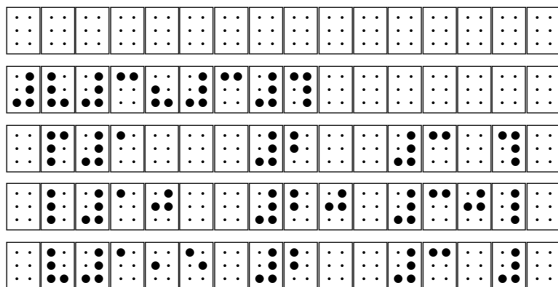
Ejemplo cuando la estructura tiene como delimitadores paréntesis:

$$\left( \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ 10 & 20 & 30 \\ 1,5 & 2 & 3 \end{array} \right)$$



Ejemplo cuando la estructura tiene como delimitadores cualquier otra estructura (en este caso la estructura está recuadrada):

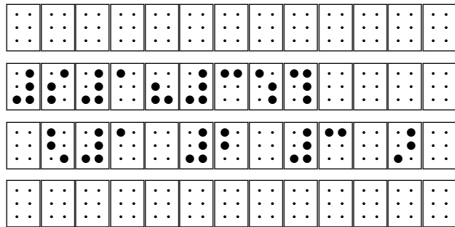
1	2	3
10	20	30
1,5	2	3



En los sucesivos ejemplos se utilizarán como delimitadores los paréntesis ordinarios, que, normalmente, son utilizados para la representación de matrices.

En caso de que la matriz tenga una sola fila, esta se escribirá como si fuera la última.

Ejemplo:

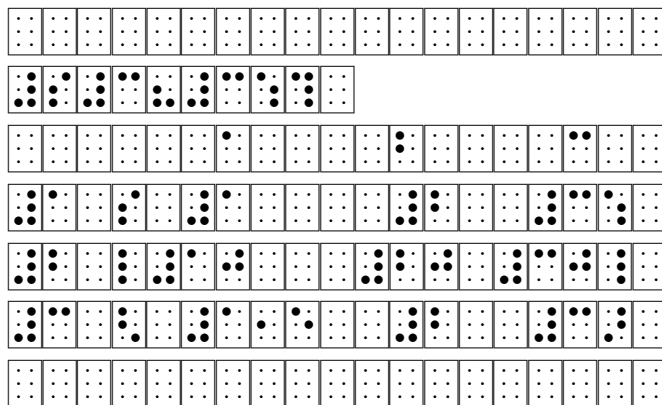


- a) **Estructuras bidimensionales con cabeceras y pies en las filas y/o columnas.** Las cabeceras y pies de columnas se escribirán en líneas independientes, no abarcadas por los delimitadores de la estructura (paréntesis, barras, corchetes, etc.).

Las cabeceras y pies de filas se escribirán fuera de los delimitadores de la estructura y contiguos a ellos.

Ejemplo: matriz de 3×3 de los ejemplos anteriores, con cabeceras de columna a, b, c y cabeceras de fila 1, 2 y 3.

$$\begin{array}{c}
 a \quad b \quad c \\
 1 \left( \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ 10 & 20 & 30 \\ 1,5 & 2 & 3 \end{array} \right)
 \end{array}$$



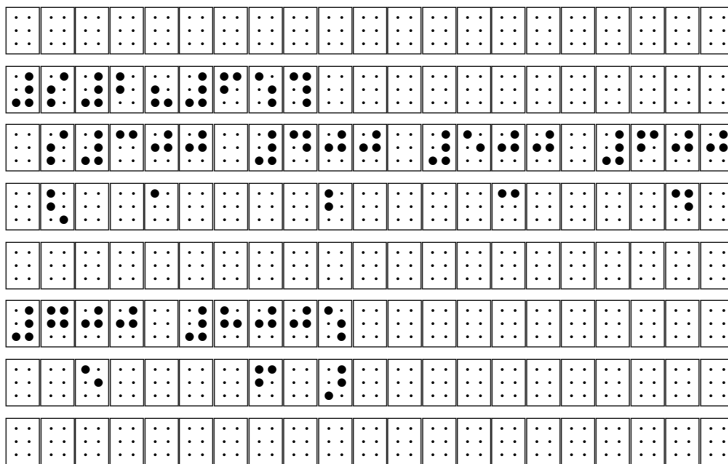
- b) **Encolumnación.** Los elementos de cada columna se escribirán encolumnados de acuerdo con el criterio más conveniente según la naturaleza de dichos elementos: respecto de la cifra de las unidades, respecto del signo de número, etc.



- Tras la expresión indicativa de la estructura y la fila de cabeceras de columna, en su caso, se escribirán en primer lugar las cabeceras de fila —si las hubiere—, el signo delimitador de apertura y las columnas completas de la estructura que no superen la longitud de la línea braille, con las correspondientes cabeceras o pies de columna si los hubiere.
- Se respetará una línea en blanco.
- Se escribirán las restantes columnas de la estructura, con las correspondientes cabeceras o pies de columna —si los hubiere—, el signo delimitador de cierre y los pies de fila, en su caso.

Ejemplo:

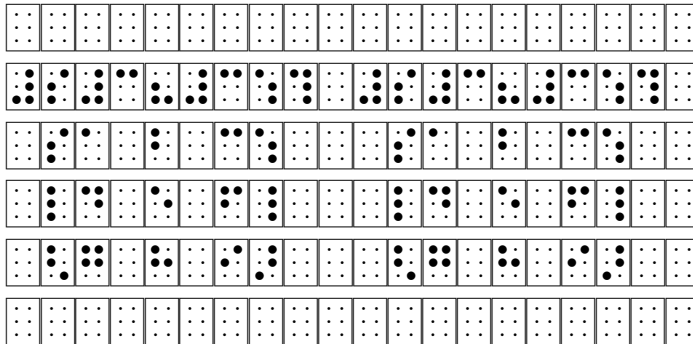
$$\begin{pmatrix} 300 & 400 & 500 & 600 & 700 & 800 \\ a & b & c & d & e & f \end{pmatrix}$$



Si el número de filas de la estructura excede el número de líneas de la página braille, se escribirán en primer lugar las cabeceras y filas iniciales de la estructura - si fuera preciso, desdobladas en dos o más páginas-, incluyendo en la última línea de la página braille los pies de columna —si existieran-, y se continuaría la escritura de las siguientes filas, repitiendo las cabeceras de columna, si existieran.

- f) Estructuras sucesivas en horizontal.** Si la longitud de la línea braille lo permite, pueden escribirse varias estructuras completas relacionadas entre sí. El signo indicativo de cada una de las estructuras se escribirá en el renglón superior encolumnado con el signo de apertura de la estructura.

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$$



### 3.3.2. Representación braille semilinealizada

En ella se intenta conservar la bidimensionalidad y una cierta correspondencia en columna de los elementos, permitiendo diferenciar la posición en cada línea y las cabeceras/pies de filas y columnas. Se dispensa del recuento de espacios exigido por una correspondencia estricta en columna, lo que permite tomar apuntes o realizar operaciones de forma rápida.

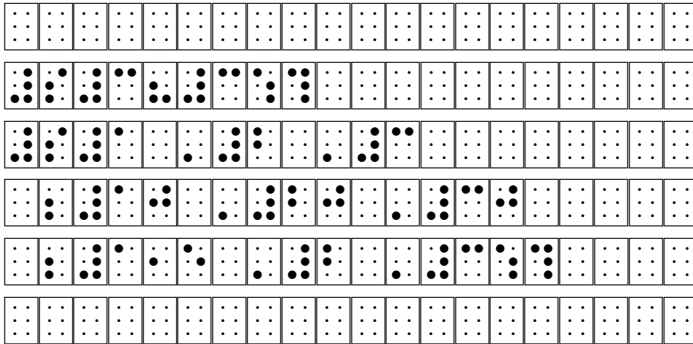
Se seguirá la siguiente secuencia:

- 1.º) Línea en blanco.
- 2.º) El «indicativo de estructura», que se forma con el signo de estructura, el número de filas, el signo de multiplicar, el número de columnas, el signo de cierre y el título o nombre, en su caso.
- 3.º) La primera fila se inicia con el signo indicador de estructura.
- 4.º) Cada elemento se separa por el signo «separador de columna»  $\begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix}$  (0-3).  
En caso de no figurar un elemento no se pondrá nada en su lugar.
- 5.º) Cada fila, a partir de la segunda, se escribe en línea distinta, iniciada por el signo «separador de fila»  $\begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix}$  (0-23).
- 6.º) La última fila concluye con el signo de «cierre de la estructura», simétrico del de «inicio» por simetría vertical.
- 7.º) Línea en blanco.

El indicador y todas las filas de la estructura semilinealizada deberán estar en la misma página braille.

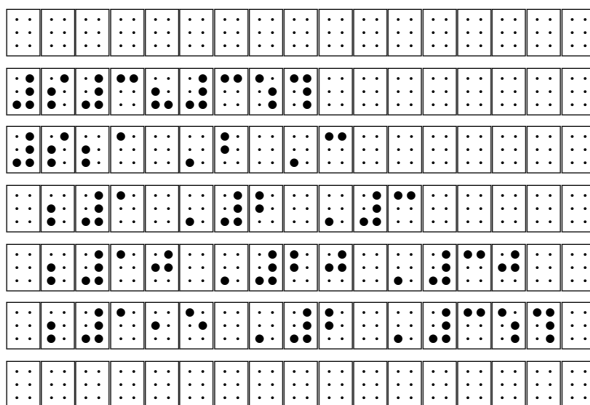
Ejemplo:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 10 & 20 & 30 \\ 1,5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$



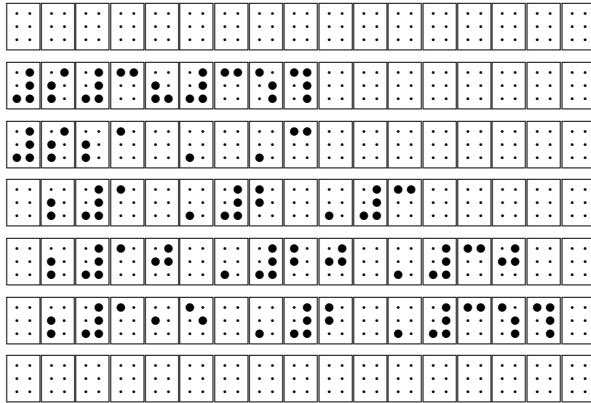
- a) **Cabeceras de columna.** En caso de existir, se escribirán como una primera línea del interior de la matriz, iniciándose con el signo indicador de estructura y, a continuación, el signo  $\begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix}$  (23), separadas por signos «separador de columna»  $\begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix}$  (0-3). Las filas se representarán como en el ejemplo anterior, donde no había cabeceras de columnas.

$$\begin{matrix} a & b & c \\ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 10 & 20 & 30 \\ 1,5 & 2 & 3 \end{pmatrix} \end{matrix}$$



En caso de no existir cabecera en alguna de las columnas, no se pondrá nada en su lugar.

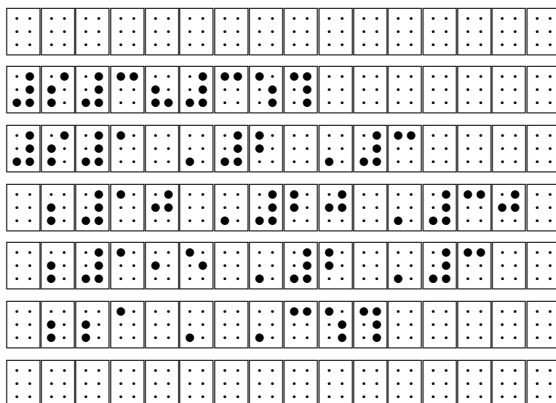
$$\begin{array}{ccc}
 a & & c \\
 \left( \begin{array}{ccc}
 1 & 2 & 3 \\
 10 & 20 & 30 \\
 1,5 & 2 & 3
 \end{array} \right)
 \end{array}$$



- b) **Pies de columna.** En caso de existir, se escribirán en una línea adicional que comenzará con  $\begin{matrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{matrix}$  (0-23-23). Cada uno de los pies, a partir del segundo, irá precedido por el signo de «separador de columna»  $\begin{matrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{matrix}$  (0-3).

En caso de no existir pie en alguna de las columnas, no se pondrá nada en su lugar. Esta línea adicional con los «pies de columna» se cerrará con el signo de cierre de la estructura, manteniendo el 0-3 como separador de columna.

$$\begin{array}{ccc}
 \left( \begin{array}{ccc}
 1 & 2 & 3 \\
 10 & 20 & 30 \\
 1,5 & 2 & 3
 \end{array} \right) \\
 a & & c
 \end{array}$$

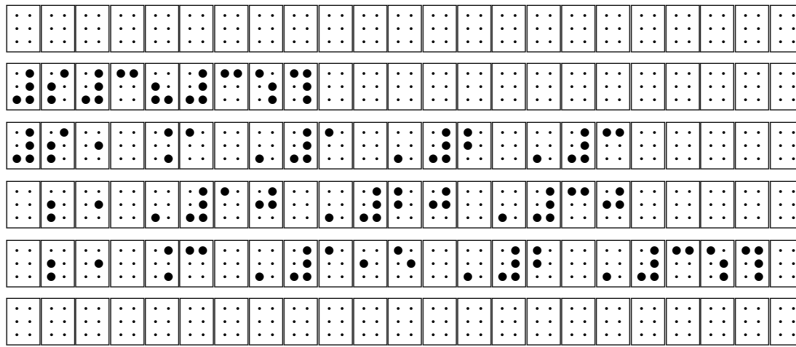


- c) **Cabeceras de fila.** En caso de existir, se escribirán al comienzo de la fila, tras el «signo separador de fila», precedidas por el signo distintivo  $\begin{matrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{matrix}$  (5-0) y seguidas de un signo separador de columna  $\begin{matrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{matrix}$  (0-3). De este modo se consigue una mayor encolumnización. Este par de signos,  $\begin{matrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{matrix}$  (5-0), se escribirá en todas las filas aunque no figure cabecera en esa fila. En caso de



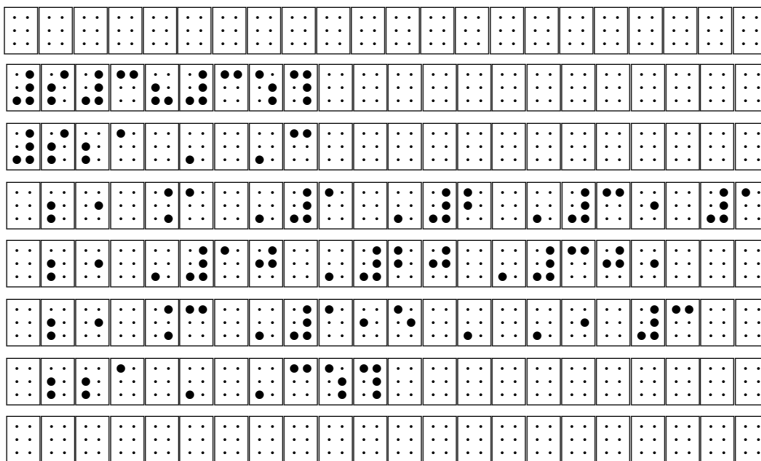
que no figure cabecera en una determinada fila, dado que un indicador de cabecera de fila estará seguido de un separador de columna, se suprimirá uno de los dos espacios consecutivos que se generan.

$$A \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 10 & 20 & 30 \\ 1,5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$



- d) **Pies de fila.** De existir alguna fila con «pie», este se escribirá al final de la misma después del signo indicador  $\begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix}$  (5-0). Si en alguna fila no existiera «pie», deberá escribirse el signo  $\begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix}$  (punto 5) como último carácter de la línea.

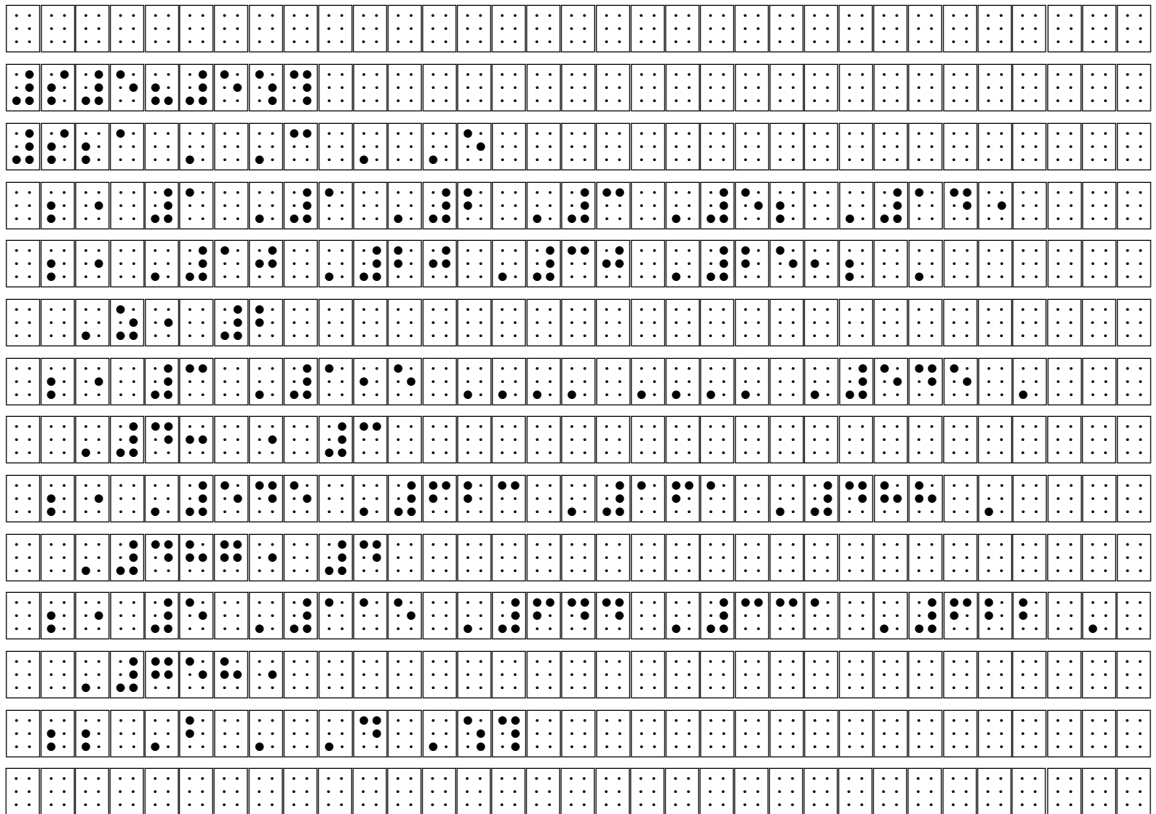
$$A \begin{pmatrix} a & c & \\ 1 & 2 & 3 \\ 10 & 20 & 30 \\ 1,5 & & \\ a & c & \end{pmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 3 \end{matrix}$$



- e) **Escritura de filas que exceden la longitud de la línea braille.** Si la representación braille de una fila supera la longitud de la línea braille, esta se concluye con el signo «separador de columna»  $\begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix}$  (0-3) y se continúa en la siguiente, respetando una sangría de dos espacios en blanco seguida del punto 3. Es decir, la continuación del renglón en la línea siguiente comenzaría con  $\begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix}$  (0-0-3).

Ejemplo:

$$\begin{array}{c}
 a \qquad \qquad c \qquad \qquad e \\
 1 \left( \begin{array}{ccccc}
 1 & 2 & 3 & 5/2 & 14 \\
 10 & 20 & 30 & 25/12 & z \\
 1,5 & \dots & \dots & 545 & 4/3 \\
 545 & 623 & 161 & 488 & 487 \\
 115 & 644 & 331 & 622 & 758
 \end{array} \right) \begin{array}{l} 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \\
 b \qquad \qquad d
 \end{array}$$



### 3.4. Delimitación de regiones en el seno de una estructura bidimensional

La diferenciación gráfica de regiones o grupos de elementos dentro de una estructura bidimensional se hace con distintos recursos gráficos: diferenciaciones de color de texto o fondo, encerramiento o enlazamiento por líneas, delimitadores en vertical o en horizontal...

No obstante, todos estos recursos parecen tener como única función determinar la región, no existiendo significado matemático específico en el recurso gráfico empleado. El significado de la región o el propósito del señalamiento lo establece el contexto.

Existe, sin embargo, una excepción: los tensores, que suelen representarse como «matrices de matrices». En cuyo caso, los paréntesis interiores a la matriz general tienen significado específico.

En braille, cualquiera de estas formas se representará mediante los signos y aplicando las reglas que se recogen a continuación en los apartados 3.4.1 para la representación bidimensional explícita, y 3.4.2 para la forma semilinealizada.

Los elementos no señalizados por el mismo tipo de signos braille pueden considerarse como una región diferenciada, aunque no precisen ser señalizados.

### 3.4.1. Regiones en estructuras bidimensionales representadas en braille en forma explícita

Precediendo a la representación de la estructura (y formando parte de ella), se incluye una «Nota de transcripción» indicando el valor gráfico de la diferenciación braille, o de cada una de ellas, de existir varias.

La delimitación de regiones se realiza encerrando dichas regiones en «cajas» o «cuadros» formados por signos braille consecutivos en horizontal y en vertical. En las explicaciones que vienen a continuación las llamaremos «cajas».

Para formar estas cajas se consideran dos colecciones de signos braille, con significado independiente.

#### Primaria o preferente

	0-35-25-25-25-26-0
	0-123-... -456-0
	0-123-... -456-0
	0-15-25-25-25-24-0

#### Secundaria

	0-35-2-2-2-26-0
	0-13-... -46-0
	0-13-... -46-0
	0-15-2-2-2-24-0

Los valores «0» de celdas en blanco que preceden a los signos iniciales, o de la izquierda, y que siguen a los finales, o de la derecha, forman parte de espacios de separación de columnas.

Para el encerramiento de los elementos diferenciados tipográficamente en braille se tendrán en cuenta las siguientes cuestiones:

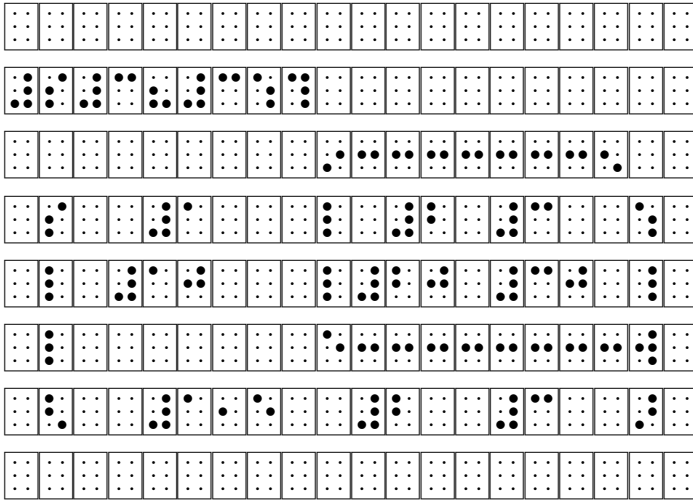
- a) Se incrementarán los espacios necesarios para que se mantenga la encolumnación de elementos.
- b) Los bordes horizontales (superior e inferior) se sitúan en líneas independientes y no podrán contener elementos de la estructura.
- c) Se omite la representación de los bordes verticales de la caja si coinciden con los delimitadores globales de la estructura (paréntesis, barras, corchetes, etc.).
- d) Si en una misma estructura se dan varias regiones con la misma diferenciación gráfica pero separadas unas de otras, en braille se utilizará una sola familia de signos.
- e) Los elementos no encerrados en una caja pueden considerarse como una región diferenciada, aunque no precisen ser encerrados en caja distinta.
- f) Para los lugares de intersección, en su caso, de regiones diferenciadas por las dos familias de signos braille, se emplearían signos resultantes de la superposición de ambos tipos de delimitaciones:  $\begin{matrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{matrix}$  (1235) o  $\begin{matrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{matrix}$  (2456).
- g) No obstante, si coincidieran bordes horizontales de ambas diferenciaciones braille, se situarán en líneas independientes.
- h) Cuando la región a resaltar está formada por un elemento aislado:
  - Si la diferenciación gráfica se realiza mediante signos de la primera familia, se les antepone el signo  $\begin{matrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{matrix}$  (puntos 4-35).
  - Si corresponde a la segunda diferenciación gráfica,  $\begin{matrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{matrix}$  (45-35).
- i) De coincidir en un mismo elemento las dos diferenciaciones, se antepondrá el signo  $\begin{matrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{matrix}$  (puntos 45-4-35).
- j) Cuando la diferenciación gráfica consista en el enlazamiento por una línea oblicua (*v. gr.*, en diagonal), cada uno de los elementos se considerará como «elemento aislado», aplicándole lo indicado más arriba.

En los ejemplos que vienen a continuación se ilustran algunos de estos pormenores.

Si fuera preciso resaltar el menor complementario al elemento  $a_{31}$  (el representado en rojo en el original):

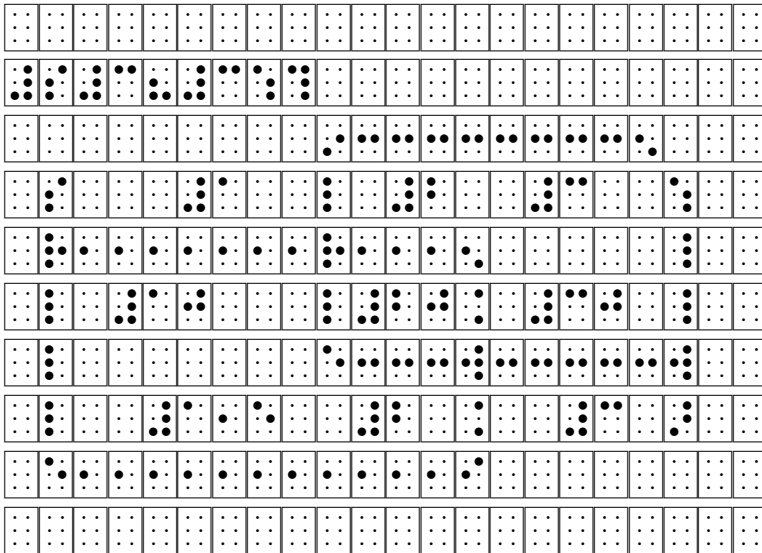
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 10 & 20 & 30 \\ 1,5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

En braille se representaría así:



Si además fuera preciso señalar el menor simétrico del correspondiente a  $a_{31}$  (región constituida por los elementos 10, 20, 1,5 y 2, recuadrada en el original):

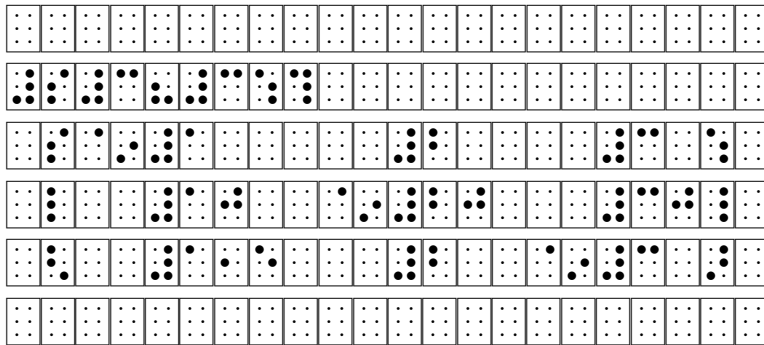
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 10 & 20 & 30 \\ 1,5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$



En el siguiente ejemplo, los elementos 1, 20 y 3, que forman una de las diagonales, tienen una tipografía distinta:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 10 & 20 & 30 \\ 1,5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

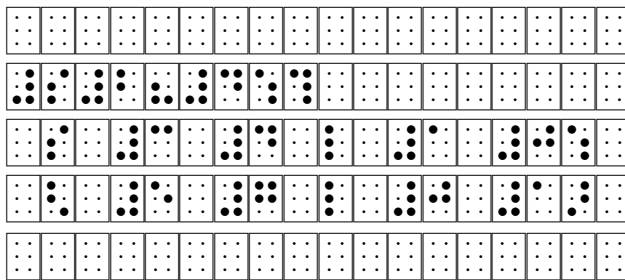
En braille su representación será:



En el siguiente ejemplo, el recurso gráfico utilizado para diferenciar regiones es un delimitador vertical, cuya representación no hace necesaria la utilización de los signos de variante tipográfica.

$$\left( \begin{array}{cc|cc} 3 & 4 & 1 & 0 \\ 5 & 7 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

En braille, su representación será:



### **3.4.2. Regiones en estructuras bidimensionales representadas en braille en forma semilinealizada**

Si esta representación no está precedida de la bidimensional explícita, deberá ir precedida de una nota de transcripción que describa la correspondencia, indicando qué recurso tipográfico del original se representa con los signos braille para indicar las distintas diferenciaciones que se presentan más abajo.

En la representación semilinealizada, la delimitación de regiones (o grupos de elementos) se realiza fila a fila, mediante signos braille de marcado del primer elemento perteneciente a la región y del último, en su caso. El primero irá precedido de un signo distintivo y el último irá seguido del correspondiente signo distintivo. Se distinguirán las distintas filas diferenciadas gráficamente: primera fila, filas intermedias y última fila.

Se consideran dos colecciones de signos braille, con significado independiente.

**Diferenciación preferente**

Fila	Signo braille de inicio (izquierda)	Puntos braille	Signo braille de cierre (derecha), en su caso	Puntos braille
Primera fila (borde superior)		0-4-26		4-35-0
Filas intermedias		0-5-26		5-35-0
Última fila (borde inferior)		0-6-26		6-35-0
Única fila		0-4-26		6-35-0

**Diferenciación secundaria**

Fila	Signo braille de inicio (izquierda)	Puntos braille	Signo braille de cierre (derecha), en su caso	Puntos braille
Primera fila (borde superior)		0-45-26		45-35-0
Filas intermedias		0-46-26		46-35-0
Última fila (borde inferior)		0-56-26		56-35-0
Única fila		0-45-26		56-35-0

En su transcripción a braille, se tendrán en cuenta las siguientes cuestiones:

- Los signos braille de diferenciación de regiones, tanto de apertura como de cierre, en su caso, tienen valor de signos separadores de columna, por lo que estos se omiten.
- Se omiten los signos de cierre si la diferenciación se extiende hasta el final de la fila, salvo en el caso de «fila única» o que existieran «pies de fila».
- De existir en una misma estructura varias regiones con la misma diferenciación gráfica, se empleará en braille la misma familia de signos.
- Cuando la región a resaltar está formada por un elemento aislado:
  - Si la diferenciación gráfica se realiza mediante diferenciación primaria, se le antepone el signo (4-35).

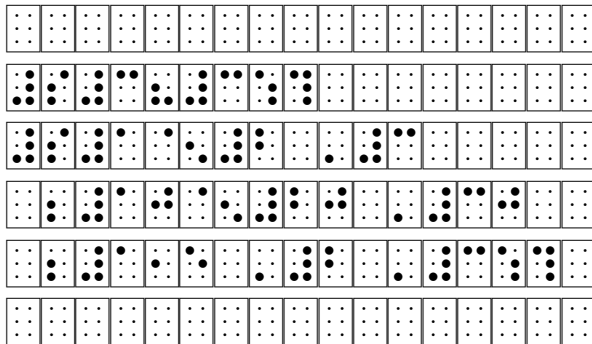
- Si se realiza mediante diferenciación secundaria, se le antepone el signo  $\begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix}$  (45-35).
  - De coincidir en un mismo elemento las dos diferenciaciones, se antepone el signo  $\begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix}$  (45-4-35).
- e) Cuando la diferenciación gráfica consista en el enlazamiento o marcado en sentido vertical u oblicuo (*v. gr.*, en diagonal), cada uno de los elementos se considerará como «elemento aislado», aplicándole lo indicado más arriba.

En los ejemplos que vienen a continuación se ilustran algunos de estos pormenores.

En la siguiente matriz es preciso resaltar el menor complementario al elemento  $a_{31}$  (el representado en rojo en el original):

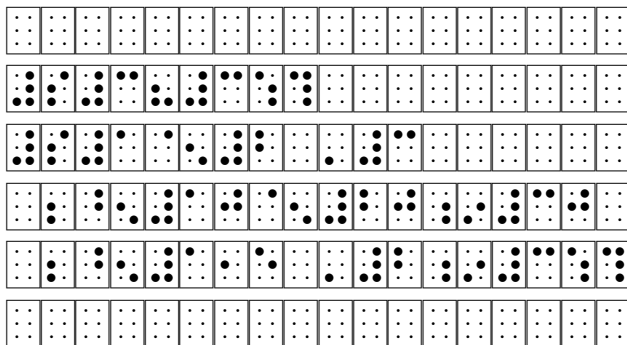
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 10 & 20 & 30 \\ 1,5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

En braille, se representará:



Si además fuera preciso señalar el menor simétrico del correspondiente a  $a_{31}$  (región constituida por los elementos 10, 20, 1,5 y 2, recuadrada en el original):

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 10 & 20 & 30 \\ 1,5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

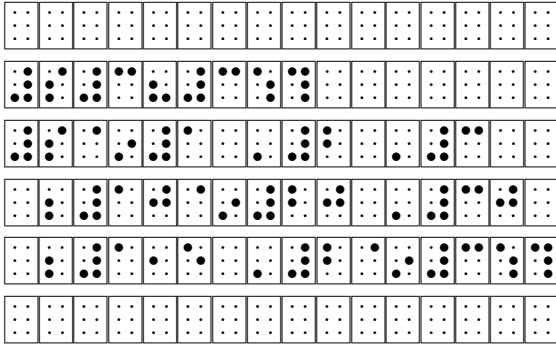




En el siguiente ejemplo, los elementos 1, 20 y 3, que forman una de las diagonales, tienen una tipografía distinta:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 10 & 20 & 30 \\ 1,5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

En braille, su representación será:



## Capítulo 4. Índices y marcas

### 4.1. Posiciones

En caracteres visuales, un signo puede estar afectado por letras, números, expresiones, marcas, etc., en alguna de las posiciones que figuran en el gráfico siguiente:

2 4 6

**Z**

1 3 5

Posición 1: subíndice a la izquierda.

Posición 2: superíndice a la izquierda.

Posición 3: suscrito.

Posición 4: superescrito.

Posición 5: subíndice a la derecha.

Posición 6: superíndice a la derecha.

### 4.2. Índices

#### 4.2.1. Caso general

Para indicar la posición en que se encuentra el índice, se utilizan los siguientes signos braille escritos a continuación del signo base al que afectan:

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
		6-34	subíndice a la izquierda
		4-16	superíndice a la izquierda
		34-34	índice en suscrito
		16-16	índice en superescrito
		34	subíndice a la derecha (sub)
		16	superíndice a la derecha (super)

Las dos últimas posiciones son las que aparecen con mayor frecuencia.

Ejemplos (en ellos se utiliza la «z» como letra base y la «r» como índice):

Signo visual	Signo braille	Significado
${}_r z$		z minúscula con «r» en subíndice a la izquierda
${}^r z$		z minúscula con «r» en superíndice a la izquierda
$z_r$		z minúscula con «r» suscrita
${}^r z$		z minúscula con «r» superescrita
$z_r$		z con subíndice «r»
$z^r$		z con superíndice «r»

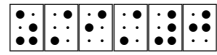
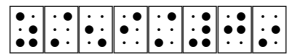
Si el índice estuviera formado por varios términos o por una expresión matemática, se encerrará entre paréntesis auxiliares.

Ejemplos (para la escritura de números, ver capítulo 2. *Cifras y números*, y para la escritura de los paréntesis auxiliares ver capítulo 3. *Delimitadores*):

Signo visual	Signo braille	Significado
$z_{n-1}$		z con subíndice «n-1»
$z^{i,j}$		z con superíndice «i,j»
$z_{i-r-1}$		z con subíndice la diferencia entre «i» sub «r» y 1
$z_{i_{r-1}}$		z con subíndice «i» afectado por subíndice «r-1»
${}^{n-1} z$		z con superíndice a la izquierda «n-1»
$z^{-1/2}$		z con superíndice a la derecha -1/2

Análogamente para cualquier posición.

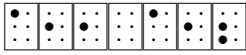
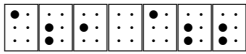
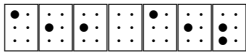
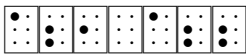
En algunos casos no son necesarios los paréntesis auxiliares, aunque su uso tampoco variaría su significado. Véase el siguiente ejemplo:

Signo visual	Signo braille	Significado
$Z_{i_0}$		z con subíndice «i sub 0»
$Z_{i_0}$		z con subíndice «i sub 0»

#### 4.2.2. Subíndices numéricos

En la representación de estructuras bidimensionales (ver capítulo 3) cuyos elementos tengan subíndices numéricos, estos se representarán en forma abreviada utilizando los elementos braille de la quinta serie (números en posición baja) sin indicador de posición ni signo numérico.

En el caso de que el subíndice esté compuesto por dos números de una cifra separados por una coma, esta se podrá omitir en caso de que no exista riesgo de confusión.



Signo visual	Signo braille
$a_{11} \ a_{12}$	
$a_{21} \ a_{22}$	
$a_{1,1} \ a_{1,2}$	
$a_{2,1} \ a_{2,2}$	

### 4.3. Marcas

#### 4.3.1. Marcas en superíndice a la derecha

Ciertas marcas que son de uso frecuente tienen una representación especial en braille.

Las marcas «prima», «segunda» y «tercera» en caracteres visuales se representan por uno, dos o tres acentos agudos respectivamente en posición de superíndice. En braille, cada uno de estos signos se escribe:

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
■'		1256	prima
■''		1256-1256	segunda

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
■'''		1256-1256-1256	tercera

Otras marcas en esta posición de superíndice a la derecha se escriben a continuación del signo base utilizando su signo específico seguido del punto 3. Los principales signos que se utilizan como marcas en el contexto matemático son:

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
■ <sup>+</sup>		235-3	marca de signo positivo en superíndice
■ <sup>-</sup>		36-3	marca de signo negativo en superíndice
■ <sup>°</sup>		356-3	marca de círculo en superíndice
■ <sup>*</sup>		256-3	marca de asterisco en superíndice
■ <sup>`</sup>		26-3	marca de acento grave
■ <sup>'</sup>		1256-3	marca de apóstrofo

Cuando haya más de una marca, repetida o distinta, el punto 3 se escribirá solo al final. A continuación, se dan ejemplos de su escritura, utilizando la letra «z» como base:

Signo visual	Signo braille	Significado
Z <sup>+</sup>		z con un signo positivo
Z <sup>-</sup>		z con un signo negativo
Z <sup>°</sup>		z con círculo <sup>8</sup>
Z <sup>*</sup>		z con asterisco
Z <sup>+++</sup>		z con tres signos positivos
Z <sup>``</sup>		z con dos acentos graves
Z <sup>*-</sup>		z con asterisco y menos

<sup>8</sup> Cuando ° es utilizado para indicar *grados* no va seguido del punto (v. 11.5. *Medidas de ángulos*).

En el caso particular de tratarse de alguna de las marcas especiales repetida 4 o más veces, se representará en braille con el signo de superíndice seguido del número, la marca correspondiente y un último carácter con el punto 3.

Ejemplo:

Signo visual	Signo braille	Significado
$z^{4*}$		z con cuatro asteriscos
$z^{****}$		z con cuatro asteriscos

Cualquier otra marca no reflejada en la tabla anterior se representará después de la letra base, precedida del signo braille indicativo de posición en superíndice a la derecha, finalizando con el punto 3.

$z^{\infty}$  z con signo de infinito en superíndice a la derecha<sup>9</sup>

#### 4.3.2. Marcas en superescrito

Ciertas marcas en superescrito en braille tienen una representación especial. Se escriben antes de la letra base («z» o «Z» en los ejemplos).

Signo visual	Signo braille	Significado
$\bar{z}$		zeta minúscula superrayada
$\bar{\bar{Z}}$		zeta mayúscula con dos trazos horizontales en superescrito
$\tilde{z}$		línea ondulada sobre zeta minúscula
$\overset{\circ}{z}$		círculo sobre zeta minúscula
$\hat{z}$		circunflejo sobre zeta minúscula
$\check{z}$		circunflejo inverso sobre zeta minúscula
$\frown Z$		arco sobre zeta mayúscula
$\smile Z$		arco inverso sobre zeta

<sup>9</sup> Ver capítulo 7. *Teoría de conjuntos* para el signo de «infinito».

En el caso particular de las letras marcadas con uno, dos o tres puntos en superescrito, es necesario utilizar el prefijo alfabético correspondiente, incluso para las letras latinas minúsculas, como se ve en los siguientes ejemplos:

Signo visual	Signo braille	Significado
$\dot{R}$		erre mayúscula con un punto
$\ddot{\zeta}$		letra griega zeta minúscula con dos puntos
$\ddot{r}$		erre minúscula con tres puntos

Si la marca afecta a una expresión compuesta, esta expresión se encerrará entre los correspondientes paréntesis auxiliares.

Signo visual	Signo braille	Significado
$\overline{AB}$		raya sobre A y B
$\overline{z''}$		zeta segunda superrayada

Cualquier otra marca no reflejada en los casos anteriores se representará después de la letra base precedida de 16-16 y finalizando con el punto 3.

$\overset{++}{Z}$  zeta con dos signos de suma en superescrito

### 4.3.3. Marcas en suscrito

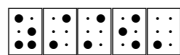
Ciertas marcas en suscrito en braille tienen una representación especial. Se escriben antes de la letra base.

Signo visual	Signo braille	Significado
$\underset{\sim}{z}$		línea ondulada bajo zeta
$\underline{z}$		z subrayada
$\underline{\underline{z}}$		z con subrayado doble

Si la marca afecta a una expresión compuesta, esta expresión se encerrará entre los correspondientes paréntesis auxiliares.

Signo visual	Signo braille	Significado
<u>ab</u>		a y b subrayadas
<u>z''</u>		zeta segunda subrayada

Cualquier otra marca no reflejada en los casos anteriores se representará después de la letra base, precedida de 34-34 y finalizando con el punto 3.



zeta con signo de «menor que» en suscrito

#### 4.3.4. Marcas en subíndice a la derecha o a la izquierda o superíndice a la izquierda

Cuando cualquiera de las marcas recogidas en los apartados anteriores aparezca en alguna de estas posiciones, se escribirán precedidas del indicador braille de posición correspondiente a continuación de la letra base y seguidas del punto 3:

Signo visual	Signo braille	Significado
Z <sub>+</sub>		z con signo positivo en subíndice a la derecha
----Z		z con cuatro signos negativos en posición de superíndice a la izquierda
++Z''		z segunda con dos signos de más en posición de subíndice a la izquierda

### 4.4. Símbolos afectados por varios índices y/o marcas

#### 4.4.1. Orden de escritura

Cuando un símbolo o letra está afectado por varios índices y/o marcas, se ha de seguir el siguiente orden:

- 1) Marcas en suscrito que no requieran signo braille de posición.
- 2) Marcas en superescrito que no requieran signo braille de posición.
- 3) Símbolo base.
- 4) Marca que no requiere indicador de posición en superíndice a la derecha.
- 5) Marcas y/o índices en subíndice a la izquierda.



- 6) Marcas y/o índices en superíndice a la izquierda.
- 7) Marcas y/o índices en suscrito.
- 8) Marcas y/o índices en superescrito.
- 9) Marcas y/o índices en posición de subíndice a la derecha.
- 10) Marcas y/o índices en posición de superíndice a la derecha.

Obsérvese que para la escritura de índices de letras y números que exijan signos de posición se sigue el orden de escritura determinado en el apartado 4.1.

Ejemplos:

Signo visual	Signo braille	Significado
$z_{4}^{3}$		z con subíndice «4» y superíndice «3»
$z_{i,j}^2$		z con subíndice «i,j» y superíndice «2»
$z'_0$		z prima con subíndice «0»
$z'^3$		z prima con superíndice «3»
$\overline{z}_0$		z con subíndice «0» superrayada
$(\overline{z'_0})^2$		z prima con subíndice «0», entre paréntesis, superrayada y con superíndice «2»

Si en esta expresión no figuraran paréntesis, para su transcripción al braille se utilizarán paréntesis auxiliares.

$\overline{z'_0}^2$  z prima con subíndice «0», superrayada y con superíndice «2»

#### 4.4.2. Índices desplazados

La escritura en braille de los índices desplazados se efectuará escribiendo, antes del indicador de posición correspondiente, el signo (56) para los subíndices y el signo (45) para los superíndices.

Siempre se escribirá primero el índice que está más cercano al signo base.

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
$\square^*$ $\square^*$		45-16	superíndices desplazados
$\square_*$ $\square_*$		56-34	subíndices desplazados

En estos dos ejemplos la «s» está desplazada:

Signo visual	Signo braille	Significado
$T_r^s$		T subíndice «r», superíndice desplazado «s»
$T_s^r$		T superíndice «r», subíndice desplazado «s»

Obsérvese en el caso anterior que, siguiendo la norma de la escritura de «índices desplazados», se escribe primero el superíndice que afecta a la letra base, en lugar del subíndice. De no estar desplazado el subíndice, el orden sería el inverso, como se puede observar a continuación (ver apartado 4.3).

$T_s^r$

## Capítulo 5. Operadores aritméticos y algebraicos

### 5.1. Operaciones aritméticas elementales

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
+		235	sumar
=		2356	igual a
-		36	restar
X		236	multiplicar (aspa)
.		6-0d	multiplicar (punto)
/		256	división con barra inclinada (exclusivamente cuando indica división)
_____		256	división con trazo horizontal
: ÷ ·/·		5-2	división con dos puntos (en cualquiera de las variantes en que aparezcan)
⊙, ⊗, * †,*		56-3	operador genérico (suele utilizarse para representar una operación entre elementos de un conjunto)

Ejemplos:

Signo visual	Signo braille	Significado
6+2		seis más dos
6-2		seis menos dos
6x2		seis por dos
6·2		seis por dos
6⊙2		seis operado con dos

Signo visual	Signo braille	Significado
3b		tres b
3a+5x		tres a más cinco x
a+b-c		a más b menos c
x·y		x por y
x⊙y		x operado con y
3:4		tres dividido cuatro (con dos puntos)
$\frac{3}{4}$		tres partido por cuatro, con barra horizontal <sup>10</sup>
$\frac{a}{c}$		a partido por c, con barra horizontal u oblicua
$\frac{a}{c}x$		a partido por c, con barra horizontal, multiplicado por x
$\frac{a}{c \cdot x}$		a dividido con barra horizontal entre el producto de c por x (con punto de multiplicar)
$\frac{a+b}{c}$		a más b dividido todo ello por c con barra horizontal
$\frac{a + \frac{b}{c}}{d + e}$		fracción cuyo numerador es la suma a más el cociente de b por c, y cuyo denominador es d más e
$a + b/c$		a más b dividido c, con barra horizontal u oblicua
$\frac{\frac{a+b}{c+d}}{x+y}$		fracción cuyo numerador es la fracción de numerador a más b y denominador c más d y cuyo denominador es denominador es x más y

<sup>10</sup> Para la representación abreviada, ver capítulo 2.

Signo visual	Signo braille	Significado
$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{6}{35}$		tres quintos por dos séptimos es igual a seis treintaicincoavos

## 5.2. Potencias y raíces

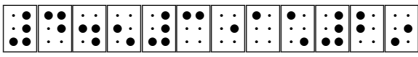
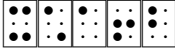
### 5.2.1. Potencias

Dado que, desde el punto de vista gráfico, el exponente de una potencia es un superíndice, se escribirá a continuación de la base precedido por el indicador braille correspondiente (puntos 16) —ver 4.2—.


Ejemplos:

Signo visual	Signo braille	Significado
$x^2$		x al cuadrado
$x^n$		x elevado a n
$x^{-1}$		x elevado a -1
$x^{\frac{1}{2}}$		x elevado a ½
$x^{a+b}$		x elevado a la suma de a+b
$x^{-(a+b)}$		x elevado a menos (a+b)
$x^{n^2}$		x elevado al cuadrado de n

Signo visual	Signo braille
$7x^3 - 2x^2 + x + 1$	
$3a + \frac{1}{2}x^2y^3$	
$\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$	

Signo visual	Signo braille
$\frac{4}{3a^2}$	
$x^a + b$	

### 5.2.2. Raíces

$\sqrt{\quad}$   1246 ... 156 signo de raíz

El índice de raíz se coloca entre los dos elementos braille que componen el signo y, a continuación de este, se escribe el radicando.

Ejemplo:

$\sqrt[3]{8}$   Raíz cúbica de ocho

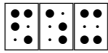
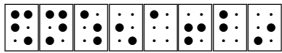
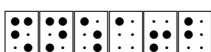


En el caso de la raíz cuadrada, se omite el índice (2) por analogía con la escritura en tinta.

Ejemplo:

$\sqrt{8}$   Raíz cuadrada de ocho

Cuando el radicando (gráficamente: expresión matemática cubierta por el trazo horizontal del signo de raíz) sea una expresión compuesta, se cierra entre paréntesis auxiliares a menos que la supresión de estos no genere confusión, como se muestra en el último ejemplo.

Ejemplos:

Signo visual	Signo braille	Significado
$\sqrt{x}$		raíz cuadrada de x
$\sqrt[n]{a+b}$		raíz enésima de a más b
$\sqrt[n]{a} + b$		a la raíz enésima de a se le suma b
$n-1\sqrt{\frac{a}{b}}$		raíz de índice n-1 de a partido por b
$\sqrt{x^2 + y^2}$		raíz cuadrada de la suma de x al cuadrado más y al cuadrado

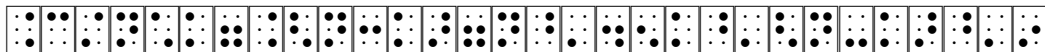
Signo visual	Signo braille	Significado
$\sqrt[3]{3a^2 - a} + 9$		raíz cúbica de la diferencia de tres a al cuadrado menos a y, fuera de la raíz, más 9
$\sqrt{\sqrt{16}}$		raíz cuadrada de la raíz cuadrada de 16

### 5.3. Combinatoria

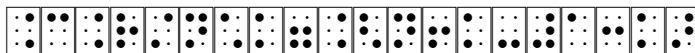
Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
$n!$		1345-45-3	factorial de n
$n!!$		1345-45-3-45-3	doble factorial de n
$\binom{n}{r}$		46-126-1345-25-1235-345	coeficiente binómico n sobre r

Como se puede ver en los siguientes ejemplos, las permutaciones, variaciones y combinaciones, con o sin repetición, se escribirán tal y como vienen en el original, pero sin necesidad de respetar el desplazamiento de índices.

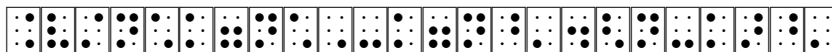
$$C_n^k = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad \text{combinaciones sin repetición}$$



$$CR_n^k = \binom{n+k-1}{k} \quad \text{combinaciones con repetición}$$



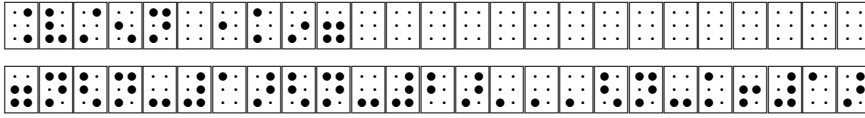
$$V_n^k = n^{\underline{k}} = \frac{n!}{(n-k)!} \quad \text{variaciones sin repetición}$$



$$VR_n^k = n^k \quad \text{variaciones con repetición}$$



$$V_{n,k} = n(n - 1)(n - 2) \dots (n - k + 1) \quad \text{variaciones sin repetición}$$



## 5.4. Otros operadores

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
±		235-25-36	más o menos
∓		36-25-235	menos o más
%		456-356	tanto por ciento
‰		456-356-356	tanto por mil
...		456-0d-...-456-0d	valor absoluto; módulo (barras verticales)

Ejemplos:

$$6 \pm 2 \quad \text{Braille: } \dots$$

$$21 \% \quad \text{Braille: } \dots$$

$$|\alpha| = 1 \quad \text{Braille: } \dots \quad \text{valor absoluto de alfa igual a uno}$$

$$|x| = 1 \quad \text{Braille: } \dots \quad \text{valor absoluto de equis igual a uno}$$

## 5.5. Operadores sobre conjuntos de números

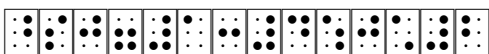
### 5.5.1. Sumatoria o sumatorio

$$\Sigma \quad \text{Braille: } \dots \quad 45-234-...-156$$

Los límites de la suma, si aparecen en diferentes niveles, se colocan entre la letra griega sigma mayúscula (45-234) y el signo (156), separados por el signo (25).

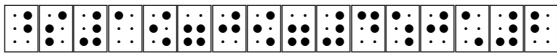
Ejemplos:

$$\sum_{j=1}^4 j^2 \quad \text{suma de } j=1 \text{ hasta } 4 \text{ de } j^2$$





$\sum_{(1 \leq j \leq 4)} j^2$  sumatoria para 1 menor o igual que j menor o igual que 4 de j al cuadrado



En este ejemplo no es necesario escribir los signos de abrir y cerrar paréntesis en braille, ya que los límites de la suma están ya delimitados por el signo de sumatoria como apertura y el 156 como cierre.

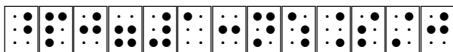
### 5.5.2. Productoria o productorio

$\prod$  45-1234-...-156

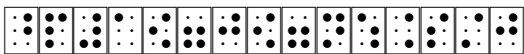
Los límites del producto, si aparecen en diferentes niveles, se colocan entre la letra griega pi mayúscula (45-1234) y el signo (156), separados por el signo (25).

Ejemplos:

$\prod_{j=1}^n S_j$  producto, desde j=1 hasta n, de los  $S_j$



$\prod_{1 \leq j \leq n} S_j$  productorio para 1 menor o igual que j menor o igual que n de  $S_j$



En este ejemplo no es necesario escribir los signos de abrir y cerrar paréntesis en braille ya que los límites de la suma están ya delimitados por el signo de sumatoria, como apertura, y 156 como cierre.

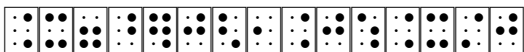
### 5.5.3. Coproductorio o coproductoria

$\coprod$  45-12456-...-156

Los límites del coproducto, si aparecen en diferentes niveles, se colocan entre el signo (45-12456) y el signo (156), separados por el signo (25).

Ejemplo:

$$X = \coprod_{j \in J} X_j$$



Se incluyen a continuación las funciones más frecuentes sobre conjuntos de números representadas por símbolos/notaciones textuales.

En braille se representarán igual que en caracteres visuales. Estas representaciones finalizarán con el punto 3.

Signo visual	Signo braille	Significado
máx		máximo
mín		mínimo
mcd		máximo común divisor
mcm		mínimo común múltiplo
ínf		ínfimo
sup		supremo

Se emplearán los delimitadores del original en tinta (paréntesis, corchetes o llaves) así como los separadores (coma o punto y coma).

Ejemplos:

m.c.d.(28,34)

máx.[28;36]

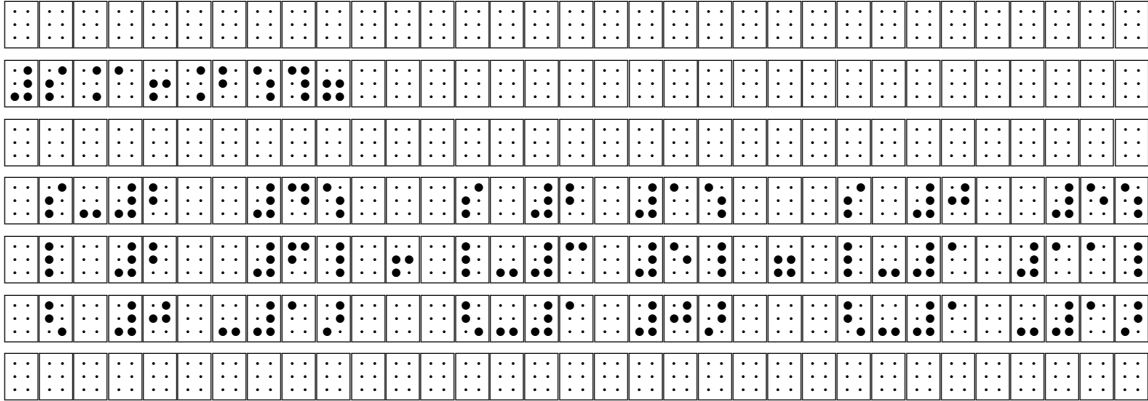
## 5.6. Operadores sobre estructuras bidimensionales

Para su escritura en braille, se representarán de la siguiente manera:

- Línea en blanco.
- A continuación, una primera línea en la que se escriben las cabeceras de las estructuras a operar separadas por los signos de operador. Si se superara la línea braille, se interrumpe por uno de estos signos y se repite en la línea siguiente, respetando una sangría de dos espacios en blanco.
- Línea en blanco.
- Se representan las estructuras operando en la forma indicada en la sección 3 del capítulo 3. El signo de operación se colocará en la posición que mejor se ajuste.
- Línea en blanco.

Ejemplo:

$$A + B = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 2 & 6 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 5 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -1 & 11 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$



## Capítulo 6. Relaciones aritméticas y algebraicas

### 6.1. Relaciones

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
=		2356	igual a
≈		4-2356	aproximadamente igual a
≈?		2356-26-0	cuestionado que sea igual a
:=		56-2356	igual por definición
△		56-25-2356	corresponde a
≡		2356-2356	idéntico a; congruente con
		456-0d	divide a
∝		456-256	proporcional a
::		56-23	proporción; igualdad de razones
:		5-2	ratio
~		5-26-3	operador tilde; similar a; diferencia entre; proporcional a
≈		5-2356-3	casi igual a; asintóticamente igual a
∴		46-25-13	progresión geométrica
÷		46-25	progresión aritmética

Ejemplos:

$p:=m \cdot v$  p igual por definición a m por v

$A \approx B$  A casi igual a B

$4:3::8:6$  4 es a 3 como 8 es a 6

Otras relaciones:

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
$< \neq \lesssim \lessgtr$		246	menor que
$> \gtrsim \gtrless \gtrsim$		135	mayor que
$\ll$		246-246	mucho menor que
$\gg$		135-135	mucho mayor que
$\leq \leqslant \leqsim$		246-2356	menor o igual que
$\geq \geqslant \geqsim$		135-2356	mayor o igual que
$\prec \preccurlyeq$		5-246	anterior a
$\succ \succcurlyeq$		135-2	posterior a
$\lll$		5-246-246	muy anterior a
$\ggg$		135-135-2	muy posterior a
$\leqslant \leqsim$		5-246-2356	anterior o igual a
$\geqslant \geqsim$		135-2-2356	posterior o igual a

## 6.2. Relaciones negadas

La representación braille de la negación de una relación determinada tiene como primer carácter los puntos 45, seguido por la representación de la relación que se niega.

Por ejemplo:

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
$\neq$		45-2356	distinto de
$\nlessgtr \nlessgtr$		45-135-246	ni mayor ni menor que
$\napprox$		45-5-2356-3	no es asintóticamente igual a

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
˘		45-5-26-3	tilde sube-baja tachada
†		45-456-0d	no es divisor de
⩾		45-246	no menor que
⩿		45-135	no mayor que
⩹		45-246-2356	no es menor ni igual que
⩺		45-135-2356	no es mayor ni igual que
⩸		45-5-246	no es anterior a
⩷		45-135-2	no es posterior a

## Capítulo 7. Teoría de conjuntos

### 7.1. Conceptos básicos

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
=		2356	igual a
≡		2356-2356	idéntico a
{		5-123	abrir llave de conjuntos
}		456-2	cerrar llave de conjuntos
(		5-126	abrir llave de clase
)		345-2	cerrar llave de clase
[		5-12356	abrir corchete de clase
]		23456-2	cerrar corchete de clase
,		0-2	coma de separación de elementos
		456-0d	tal que
:		5-2	
;		0-23	
/		6-2	
∅		456-245	conjunto vacío
U		456-136	conjunto o clase universal
∈		126-2	es elemento de; pertenece a
∃		5-345	comprende; tiene como elemento
∉		45-126-2	no es un elemento de; no pertenece a
∋		45-5-345	no comprende; no tiene como elemento
⊂		126-3	Incluido; subconjunto

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
$\subseteq$		126-23	incluido o es igual a
$\supset$		6-345	Incluye; tiene como subconjunto
$\supseteq$		56-345	incluye o es igual a
$\not\subseteq$		45-126-3	no incluido en
$\not\supset$		45-6-345	no incluye a
$\not\subseteq$		45-126-23	no incluido ni es igual a
$\not\supset$		45-56-345	no incluye ni es igual a

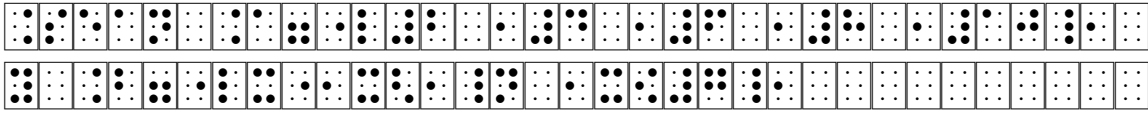
## 7.2. Operaciones entre conjuntos

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
$\cup$		456-345	unión
$\cap$		456-156	intersección
$\bigcup$		123456-345-...-156	unión de una familia de conjuntos
$\bigcap$		123456-156-...-156	intersección de una familia de conjuntos
$\setminus$		5-3	diferencia de conjuntos
$\Delta$		45-145	diferencia simétrica de conjuntos
$\times$		46-236	producto cartesiano
$C_A$		56-14-46-1	complementario de A
$A'$		46-1-1256	complementario de A
$\bar{A}$		4-14-46-1	complementario de A



Ejemplos:

Sean  $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$  y  $B = \{x: x \in \mathbb{N}, x < 7\}$



B es el conjunto de los elementos x tales que x pertenece al conjunto de los números naturales y x es menor que 7.

$A \cap B = \{2, 4, 6\}$

$\bigcup_{j \in I} A_j$

Unión para j perteneciente a un conjunto de índices I de la familia A sub j.

Para la unión y la intersección de varios conjuntos se aplicarán las normas vistas para el sumatorio y productorio (ver capítulo 5).

### 7.3. Relaciones entre los elementos de un conjunto

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
$x \mathfrak{R} y$		1346-56-1235-13456	x relacionado por la relación $\mathfrak{R}$ con y
$\mathfrak{R}$		45-56-1235	negación de la relación $\mathfrak{R}$
/		6-2	conjunto cociente
$\prec$		5-246	precede a; anterior a
$\succ$		135-2	sigue a; posterior a
$\preceq$		5-246-2356	precede o igual a
$\succeq$		135-2-2356	sigue o igual a
$\nprec$		45-5-246	no es anterior a
$\nprec$		45-135-2	no es posterior a
$\npreceq$		45-5-246-2356	no es anterior ni igual a
$\nsucceq$		45-135-2-2356	no es posterior ni igual a

## 7.4. Cardinales

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
Card		46-14-1-1235-145-3	cardinal de un conjunto
#		3456-13	cardinal de un conjunto
$\infty$		3456-1256	infinito
$\aleph$		6-1256	aleph
$\mathcal{P}$		3456-1234	potencia de un conjunto

## Capítulo 8. Lógica

### 8.1. Cuantificadores

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
$\forall$		46-3	cuantificador universal: para todo
$\exists$		46-26	cuantificador existencial: existe por lo menos un elemento
$\exists!$		46-23	cuantificador unitario: existe un único elemento
$\nexists$		45-46-26	no existe

### 8.2. Lógica de proposiciones

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
$\Vdash$		456-2356	tautología
$\nVdash$		45-456-2356	no tautología
$\Upsilon$		456-234	proposición verdadera
$\wedge$		456-126	proposición falsa
$\vee$		456-24	disyunción (o)
$\wedge$		456-26	conjunción (y)
$\bigvee$		123456-24...156 <sup>11</sup>	disyunción de una familia de proposiciones
$\bigwedge$		123456-26...156 <sup>11</sup>	conjunción de una familia de proposiciones
$\underline{\vee}$		456-2346	disyunción excluyente
$\neg$		6-3 <sup>12</sup>	negación lógica

<sup>11</sup> En caso de aparecer índices, se seguirá la sistemática indicada en los capítulos 5 y 7 para sumatorio, productorio...: índice inferior, puntos 25, índice superior.

<sup>12</sup> Cualquiera que sea la representación visual de la negación lógica, en braille se representará con el signo 6-3.

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
~		6-3 <sup>12</sup>	negación lógica
↔		246-25-135	doble implicación «si y solo si»
⇒		25-135	implicación directa; implica
⇐		246-25	implicación recíproca; porque
∴		0-6-16-0	por lo tanto
∵		0-4-34-0	puesto que

Ejemplos:

$$\forall p, q \neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$$



$$\nexists p: q \wedge \sim p = \text{falso}$$



## Capítulo 9. Análisis y cálculo

### 9.1. Generalidades

Esta sección recoge ejemplos del modo en que se escriben las notaciones generales de funciones. En ellos se utilizan los signos de la escritura básica, además de algunos signos específicos para la representación de funciones que se relacionan a continuación.

Para la representación de funciones en braille se utilizará la letra individual que se corresponda con el original tinta sin utilizar el distintivo de variante tipográfica (f, g, h...).

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
$\longrightarrow$		25-25-2	correspondencia o aplicación entre conjuntos
$\longleftarrow$		5-25-25	correspondencia inversa
$\longleftrightarrow$		5-25-25-2	aplicación biyectiva

Cuando la flecha de función está afectada por un índice, este se escribe en braille entre los dos elementos 25 que contiene la flecha:

$$f \rightarrow$$

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
:		5-2, tal y como se representan los dos puntos en otras ocasiones (división, razón, tal que...)	dos puntos (cuando se emplea en funciones)
$f^{-1}$		124-16-36-3456-1 124-346-3 (forma abreviada)	función inversa de f
$\equiv$		2356-2356	idéntico a
$\circ$		6-23	composición de funciones

## Escritura de pares ordenados

En braille, como en caracteres visuales, los pares ordenados se escriben entre paréntesis con coma de separación.

Ejemplos:

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
$(x_1, x_2)$		126-1346-34-3456-1-0- 2-1346-34-3456-12-345	par ordenado $x_1, x_2$
$(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$		126-3456-1-23-0-2- 3456-14-23-0-345	par ordenado un medio, tres medios

Para la representación de símbolos habituales en Teoría de Funciones se siguen las reglas establecidas en el apartado 5.5.

Por ejemplo:

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
Dom		46-145-135-134-3	Dominio
Or		46-135-1235-3	Original
Img Im		46-24-134-1245-3 46-24-134-3	Imagen
conc		14-135-1345-14-3	cóncavo
conv		14-135-1345-1236-3	convexo
crec		14-1235-15-14-3	creciente
dec		145-15-14-3	decreciente
mant		134-1-1345-2345-3	decimal o mantisa

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
arg		1-1235-1245-3	argumento
rot		1235-135-2345-3	rotacional o rotor
div		145-24-1236-3	divergencia
grad		1245-1235-1-145-3	gradiente
Re		46-1235-15-3	Parte real
Im		46-24-134-3	Parte imaginaria
Rec		46-1235-15-14-3	Recorrido

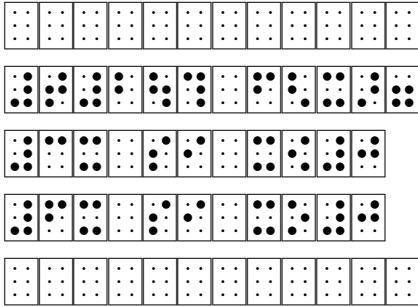
Cualquier otro símbolo/otra notación seguirá lo normado en el capítulo 5.

Ejemplos:

Signo visual	Signo braille	Significado
$f: A \rightarrow B$		aplicación f de A en B
$A \xrightarrow{f} B$		aplicación f de A en B
$B \xrightarrow{f^{-1}} A$		aplicación inversa de f, de B en A (f a la -1 de B en A)
$B \xleftarrow{f^{-1}} A$		aplicación inversa de f, de B en A (forma abreviada)
$A \leftrightarrow B$		aplicación biyectiva de A en B
$f(x) = y$		f de x es igual a y
$f \equiv 0$		f es idéntico a cero
$f \circ g(x) = f(g(x))$		composición de funciones

## Función a trozos

$$f(x) = \begin{cases} 3x & \text{si } x < 0 \\ 6x & \text{si } x > 0 \end{cases}$$



Véase capítulo 3, donde quedó establecida esta forma de representación.

## Intervalos

Se utilizan los signos de paréntesis comunes o de corchetes al igual que en caracteres visuales.

Signo visual	Signo braille	Significado
$]a, b[$		intervalo abierto de extremos a y b
$(a, b)$		intervalo abierto de extremos a y b
$[a, b]$		intervalo cerrado de extremos a y b
$[a, b[$		intervalo cerrado por la izquierda y abierto por la derecha
$[a, b)$		intervalo cerrado por la izquierda y abierto por la derecha
$]a, b]$		intervalo abierto por la izquierda y cerrado por la derecha
$(a, b]$		intervalo abierto por la izquierda y cerrado por la derecha



## 9.2. Límites

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
$\lim$		123-24-134-3 <sup>13</sup>	límite
$\rightarrow$		25-2	tiende a
$\downarrow$		456-3	tiende decreciendo a
$\uparrow$		456-1	tiende creciendo a
$\overline{\lim}$		4-14-123-24-134-3	límite superior
$\limsup$		123-24-134-234-136-1234-3	límite superior
$\underline{\lim}$		6-36-123-24-134-3	límite inferior
$\liminf$		123-24-134-24-1345-126-3	límite inferior

Si el «límite» tiene en caracteres visuales información suscrita, en braille esta se escribirá entre el signo de «límite» y el carácter 156.

Signo visual	Signo braille	Significado
$x \rightarrow c$		x tiende a c
$x \rightarrow \infty$		x tiende a infinito
$\lim_{x \rightarrow c}$		límite cuando x tiende a c
$\lim_{x \uparrow c}$		límite cuando x tiende creciendo a c
$\lim_{x \rightarrow 0^-}$		límite cuando x tiende a 0 por la izquierda
$\lim_{x \downarrow c}$		límite cuando x tiende decreciendo a c

<sup>13</sup> Véase lo acordado en apartado 5.5 respecto a símbolos y notaciones.



### 9.3. Derivadas y diferenciales

Para la representación de incrementos se utilizará  $\Delta$  (delta mayúscula).

Para la representación de diferenciales se utilizará la **d** minúscula sin utilizar ningún distintivo de variante tipográfica.

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
$\Delta$		45-145	incremento de...
d		145	diferencial de...
$\partial$		456-145	derivada parcial

#### Derivada de una función

Signo visual	Signo braille	Significado
$\frac{df}{dx}$		derivada de «f» respecto de «x»
$\frac{d}{dx}f$		derivada, respecto de «x», de «f»
$D(f(x))$		derivada de «f» de «x»

Si una función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  es derivable en todos los puntos de su dominio, queda definida la función derivada que suele notarse con  $f'$ .

Por ejemplo:

Si  $f(x) = x^2$ , entonces  $f'(x) = 2x$

## Derivada de orden $n$

Signo visual	Signo braille	Significado
$\frac{d^n f}{dx^n}$		derivada enésima de «f» respecto de «x»
$\frac{d^n}{dx^n} f$		derivada enésima, respecto de «x», de «f»

Como opción alternativa, que abrevia la representación braille de las derivadas, se puede utilizar la siguiente secuencia:

- 1.º) Signo formado por los puntos 1456.
- 2.º) Orden de la derivada si es superior a uno.
- 3.º) Variable de derivación.
- 4.º) Signo formado por los puntos 156.
- 5.º) Función a derivar.

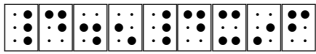
La notación abreviada se explicará en una nota aclaratoria.

Signo visual	Signo braille	Significado
$\frac{df}{dx}$		derivada respecto de «x», de «f»
$\frac{d}{dx} f$		derivada respecto de «x», de «f»
$\frac{d^n f}{dx^n}$		derivada enésima respecto de «x», de «f»
$\frac{d^n}{dx^n} f$		derivada enésima respecto de «x», de «f»

## Derivada parcial

$\frac{\partial f}{\partial x}$  Derivada parcial de «f» respecto de «x».

$\frac{\partial}{\partial x}$  Derivada parcial, respecto de «x», de «f».

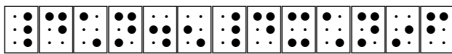


### Derivada parcial n-ésima

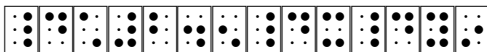
$\frac{\partial^n f}{\partial x^n}$  Derivada parcial enésima de «f» respecto de «x» n veces



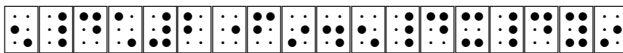
$\frac{\partial^n}{\partial x^n} f$  Derivada parcial enésima de «f» respecto de «x», n veces.



$\frac{\partial^2}{\partial x \partial y}$  Derivada parcial segunda respecto de «x» y de «y».



$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$  Derivada parcial segunda de «f» respecto de «x» y de «y».



$\frac{\partial^{m+n}}{\partial x^m \partial y^n}$  Derivada parcial de orden «m+n», respecto de «x» m veces y respecto de «y» n veces



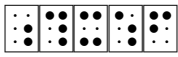
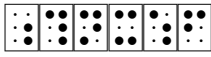
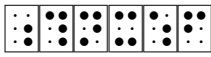
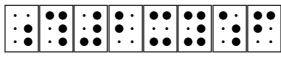
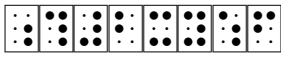
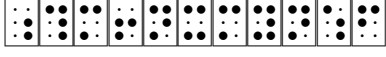

$\frac{\partial^{m+n} f}{\partial x^m \partial y^n}$  Derivada parcial de orden «m+n» de «f», respecto de «x» m veces y respecto de «y» n veces



Como opción alternativa, que abrevia la representación braille de las derivadas parciales, se puede utilizar la siguiente secuencia:

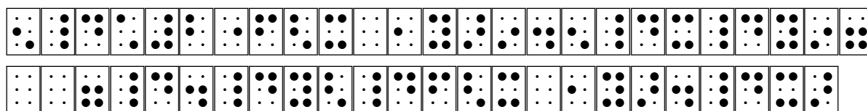
- 1.º) Signo formado por los puntos 56-1456.
- 2.º) Orden de la derivada parcial.

- 3.º) Variable o variables respecto de las que se realiza la derivada.
- 4.º) Signo formado por los puntos 156.
- 5.º) Función a derivar.

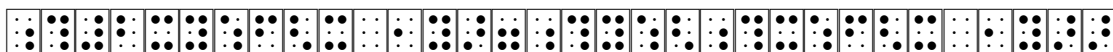
Signo visual	Signo braille	Significado
$\frac{\partial}{\partial x} f$		derivada parcial respecto de «x», de «f»
$\frac{\partial^n f}{\partial x^n}$		derivada parcial enésima de «f» respecto de «x» n veces
$\frac{\partial^n}{\partial x^n} f$		derivada parcial enésima respecto de «x» n veces, de «f»
$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$		derivada parcial segunda de «f» respecto de «x» y de «y»
$\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} f$		derivada parcial segunda de «f» respecto de «x» y de «y»
$\frac{\partial^{m+n} f}{\partial x^m \partial y^n}$		derivada parcial de orden «m+n» de «f», respecto de «x» m veces y respecto de «y» n veces
$\frac{\partial^{m+n}}{\partial x^m \partial y^n} f$		derivada parcial de orden «m+n», respecto de «x» m veces y respecto de «y» n veces

Ejemplo:

$$\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \right)$$



Notación abreviada:



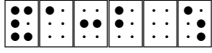
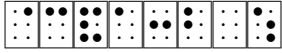
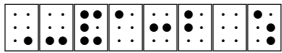
***Nabla, laplaciano, d'alambertiano***

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
$\nabla$		4-12456	operador nabla
$\Delta$		456-236	operador laplaciano
$\square$		456-13456	operador d'alambertiano

**9.4. Integrales**

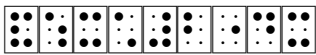
Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
$\int$		12346-...-156	signo de integral
$\int$		12346-156	integral indefinida
$\iint$		12346-12346-...-156	integral doble
$\iiint$		12346-12346-12346-...-156	integral triple
$\oint$		12346-356-156	integral de contorno
$\oint_C$		12346-356-46-14-156	integral de contorno a lo largo de la curva C
$\int_{\sigma}$		12346-3-4-234-...-156	integral de línea
*		5-23	producto de convolución

La representación en caracteres visuales de «integral definida» se caracteriza porque el signo de integral está acompañado por un subíndice y un superíndice, ambos a la derecha del signo. Esta información se escribirá en braille entre los dos caracteres que forman el signo de integral, escribiendo en primer lugar el subíndice y a continuación el superíndice, separados ambos por el carácter braille (25).

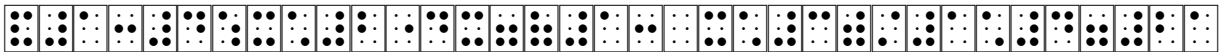
Signo visual	Signo braille	Significado
$\int_a^b$		integral definida entre a y b
$\overline{\int_a^b}$		integral superior definida entre a y b
$\underline{\int_a^b}$		integral inferior definida entre a y b

Ejemplos:

$$\int x^2 dx$$



$$\int_1^4 x^2 dx = \left[ \frac{1}{3} x^3 \right]_1^4 = 21$$





## Capítulo 10. Funciones clásicas

### 10.1. Sucesiones, progresiones y series

#### 10.1.1. Sucesiones

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
$(S_n)$		126-234-34-1345-345	sucesión de término general s sub n
$\{S_n\}$		5-123-234-34-1345-456-2	sucesión de término general s sub n
$S_n$		234-34-1345	sucesión de término general s sub n

Ejemplos:

$$(S_n) = (1, 3, \dots, 2n + 1, \dots)$$

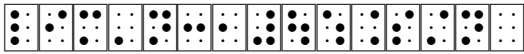
$$\{P_k\} = \{0'9, 0'99, \dots, 1 - \frac{1}{10^k}, \dots\}$$

Obsérvese que en el caso de los puntos suspensivos no es necesario dejar espacio en blanco por delante.

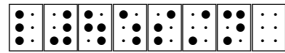
En la transcripción de documentos se respetará la representación utilizada por el autor.

Ejemplo:

$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$  Límite de  $s_n$  cuando  $n$  tiende a infinito



Utilizando la abreviatura para *lim.* (ver 9.2. Límites):

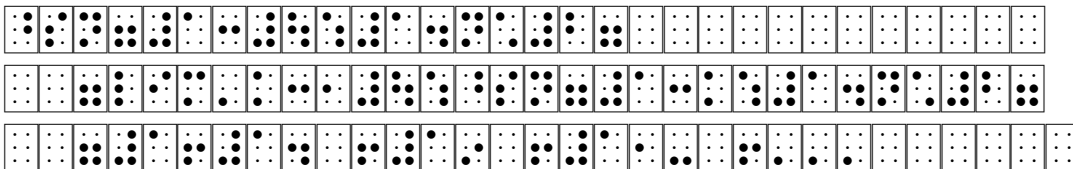


### 10.1.2. Progresiones

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
÷		46-25	progresión aritmética
⋮		46-25-13	progresión geométrica

### 10.1.3. Series

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^k \frac{1}{n^2} = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \dots$$



## 10.2. Funciones representadas por símbolos/notaciones literales

En braille se representarán igual que en caracteres visuales. Estas representaciones finalizarán con el punto 3.

Siguiendo los criterios establecidos, estas notaciones pueden reemplazarse por otras que sean de uso frecuente en alguno de los países en los cuales vaya a regir el presente código.

A continuación, se indican algunas de ellas.

### 10.2.1. Funciones exponenciales y logarítmicas

Signo visual	Signo braille	Significado
exp		exponencial (en base e)
$\log_b x$		logaritmo en base b de x
logx		logaritmo decimal de x
Ln x ln x		logaritmo natural o neperiano de x
alog x antilog x		antilogaritmo de x
aln x		antilogaritmo natural o neperiano de x
cologx		cologaritmo de x

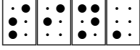
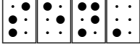
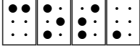
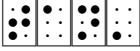



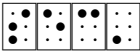


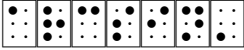
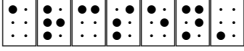
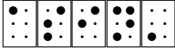
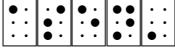




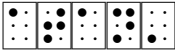
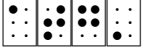
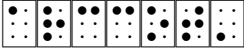
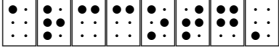

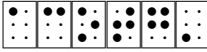

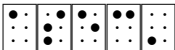
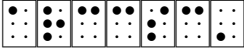

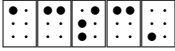

Logaritmos decimales de característica negativa: para escribir en braille la característica de un logaritmo decimal cuando sea negativa, se utilizarán los caracteres braille de la tercera serie (ver *Introducción*) anteponiéndole el signo numérico.

Ejemplos:

$\log 0,2 = \bar{1},30103$  El logaritmo decimal de 0,2 tiene característica -1 y mantisa 30103

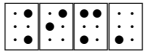
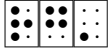

-28,345 Logaritmo decimal de característica -28 y mantisa 345

### 10.2.2. Funciones trigonométricas (circulares)

Signo visual	Signo braille	Otras representaciones	Significado
sin sen	 		seno
cos			coseno
tan tg	 		tangente
cot cotg	 		cotangente
sec			secante
csc cosec	 		cosecante
arcsin arcsen	 	 	arco seno
arccos			arco coseno
arctan arctg	 	 	arco tangente
arccot arccotg	 	 	arco cotangente
arcsec			arco secante
arccsc arccosec	 	 	arco cosecante





Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
Im		46-24-134-3	parte imaginaria de un número complejo
rg		1235-1345-3	rango
Adj		46-1-145-245-3	adjunta

Si en este capítulo no aparece alguna función o símbolo literal, se seguirá la misma norma que en el apartado 10.2. Es decir, punto 3 después, con nota de transcripción indicando su significado.

## Capítulo 11. Geometría y vectores

**Nota:** las letras que aparecen no forman parte de los signos definidos. Son genéricas y pueden ser otras, según el contexto.

### 11.1. Elementos geométricos

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
$\vec{r}$		5-25-2-1235	recta r
$\overleftrightarrow{PQ}$		5-25-2-26-46-1234-46-12345-35	recta determinada por los puntos P y Q
$\vec{z}$		25-2-1356	semirrecta derecha z
$\overleftarrow{z}$		5-25-1356	semirrecta izquierda z
$\overrightarrow{OA}$		25-2-26-46-135-46-1-35	semirrecta de origen O que pasa por el punto A
$\overline{AB}$		4-14-26-46-1-46-12-35	segmento AB
$\hat{A}$		45-25-46-1	ángulo A
$\widehat{aob}$		45-25-26-1-135-12-35	ángulo aob
$\perp$		456-36	ángulo recto
$\curvearrowright$		46-156	ángulo orientado positivo
$\curvearrowleft$		46-345	ángulo orientado negativo
$\widehat{s}$		4-25-234	arco s
$\cup abc$		26-345-26-1-12-14-35	arco correspondiente al ángulo abc



## 11.2. Vectores

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
$\vec{v}$		25-2-1236	vector v
$\overleftarrow{v}$		5-25-1236	vector opuesto del vector v
$ \vec{v} $		456-0D-25-2-1236-456-0D	módulo del vector v
$\ \vec{v}\ $		456-123-25-2-1236-456-123	norma del vector v
$\overrightarrow{\alpha}$		6-156	vector axial positivo
$\overleftarrow{\alpha}$		4-345	vector axial negativo

**Nota:** cuando no haya lugar a confusión según el contexto, podrá suprimirse la flecha a la derecha, tal como se mostrará en uno de los ejemplos del producto escalar.

**Nota:** como ya se ha dicho en capítulos anteriores, con «0D» se indica que el signo braille que se haya de escribir en ese lugar no ha de tener ni el punto 1, ni el 2, ni el 3 (semicajetín en blanco por la derecha). Si no se cumple esta condición, es necesario dejar un espacio en blanco entre el signo de «cierre de barra» y el signo siguiente.

Ejemplos:

$ \overrightarrow{AB} $	Módulo del vector AB	
$\ \overrightarrow{AB}\ $	Norma del vector AB	
$\overrightarrow{\alpha}$	Vector axial positivo alfa	
$\overleftarrow{\alpha}$	Vector axial negativo alfa	
$\overrightarrow{[AB]}$	Vector libre AB	



Por ejemplo:

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
$\nparallel$		45-456-123	no paralela
$\perp$		45-3456-3	no perpendicular

## 11.4. Operaciones entre elementos geométricos


Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
$\vec{v} \cdot \vec{w}$		25-2-1236-6-0- 25-2-2456	producto escalar del vector v por el vector w
$\langle \vec{v}, \vec{w} \rangle$		5-13-25-2-1236- 0-2-25-2-2456- 46-2	producto escalar del vector v por el vector w

Este es un ejemplo en el cual, si en el contexto queda claro que v y w son vectores, pueden suprimirse las flechas:

$$\vec{v} \cdot \vec{w} \quad \text{Braille: } \text{dots 4, 5, 6} \text{ cell} \text{ dot} \text{ dots 1, 2, 3} \text{ cell}$$

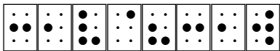
$$\langle \vec{v}, \vec{w} \rangle \quad \text{Braille: } \text{dots 5, 13} \text{ cell} \text{ dots 25, 2} \text{ cell} \text{ dots 1, 2, 3, 6} \text{ cell} \text{ dots 0} \text{ cell} \text{ dots 25, 2} \text{ cell} \text{ dots 2, 4, 5, 6} \text{ cell} \text{ dots 46, 2} \text{ cell}$$

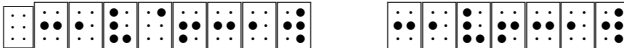
Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
$\times$		4-236	producto vectorial
$\dot{\times}$		4-236	producto vectorial
$\wedge$		56-2	producto vectorial
$\oplus$		246-235	suma directa
$\otimes$		246-236	producto tensorial
$\hat{\oplus}$		456-246-235	suma ortogonal
$\dagger$		4-235	suma de vectores

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
$\underline{\cdot}$		4-36	resta de vectores

**Nota:** cuando no hay lugar a confusión, estos dos últimos signos suelen reemplazarse por los signos comunes de suma y resta.

Ejemplos:








$$\vec{v} \times \vec{w}$$


$$\vec{v} + \vec{w}$$


## 11.5. Medidas de ángulos

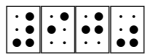
De acuerdo con lo establecido para la notación de las unidades en general (ver Apéndice 1) la representación de las unidades de medida de ángulos no incluye el punto 3 al final.

En el caso particular de los grados sexagesimales y centesimales, así como de los respectivos minutos y segundos, nunca se dejará espacio en blanco entre el coeficiente numérico y la unidad.

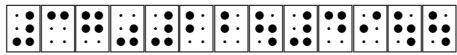
Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
<i>rad</i>		1235-1-145	radián
■ <sup>o</sup>		356	grados sexagesimales
■'		1256	minutos sexagesimales
■''		1256-1256	segundos sexagesimales
■ <sup>g</sup>		1245	grados centesimales
■'		16-1256	minutos centesimales
■''		16-1256-1256	segundos centesimales

Ejemplos:

90º noventa grados sexagesimales

 (3456-24-245-356)

37º 22' 49'' treinta y siete grados veintidós minutos cuarenta y nueve segundos




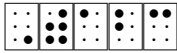












(3456-14-1245-356-3456-12-12-1256-3456-145-24-1256-1256)

## 11.6. Polígonos y curvas

En el caso de los polígonos, no se emplean los paréntesis auxiliares para encerrar las letras que designan a los vértices, ya que identificada la figura, queda determinada la cantidad de vértices.

De acuerdo con la observación anterior, la representación en caracteres visuales de los polígonos siempre consistirá en el dibujo de la figura correspondiente en posición de superescrito sobre las letras que designen a los vértices.

La representación braille se efectuará escribiendo las letras de los vértices a continuación del correspondiente signo que caracteriza a la figura.

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
		6-23456-1-12-14	triángulo abc
		456-236	triángulo rectángulo
		456-13456	cuadrado
		12346-13456	rectángulo
		12346-135	polígono
		246-135	círculo
		26-35	curva geométrica

## Capítulo 12. Estadística y probabilidad

Debido a que muchas expresiones relativas a este tema consisten solamente en letras latinas o griegas —mayúsculas o minúsculas—, la transcripción se ajusta, en general, a la respectiva notación en caracteres visuales. De acuerdo con este criterio, la lista de notaciones que presentaremos a continuación no es exhaustiva y el usuario del presente código podrá introducir las que considere necesarias, ajustándose a estas pautas y a otras ya establecidas en capítulos anteriores, las cuales quedan reflejadas en los siguientes ejemplos.

Asimismo, se tiene en consideración lo ya establecido para la representación de los símbolos/notaciones (ver apartado 10.2. *Funciones representadas por símbolos/notaciones literales*).

Cuando un símbolo/notación consista en un conjunto de dos o más caracteres, siempre terminará con el punto 3. Si un símbolo/notación está dado por un solo carácter, no se agregará el punto 3.

A este efecto se considera que una letra y su prefijo alfabético constituyen un solo carácter. Así, la letra «K» o la letra alfa se consideran conformadas por un único carácter.

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
$\bar{x}$		4-14-1346	media
$\mu$		4-134	media poblacional
$\langle x \rangle$		5-13-1346-46-2	media poblacional
$H$		46-125	media armónica
$G$		46-1245	media geométrica
$Mo$		46-134-135-3	moda
$Me$		46-134-15-3	mediana
$R$		46-1235	rango estadístico
$IQR$		46-24-46-12345- 46-1235-3	rango intercuartílico
$Q$		46-12345	cuartil

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
$P$		46-1234	percentil
$\sigma^2$		4-234-16-3456-12-3	varianza poblacional
$Var$		46-1236-1-1235-3	varianza
$\sigma$		4-234	desviación típica
$r$		1235	coeficiente de correlación
$E$		46-15	esperanza o valor esperado
$QV$		46-12345-46-1236-3	cuasivarianza
$CV$		46-14-46-1236-3	coeficiente de variación
$\sigma$		4-234	covarianza poblacional
$Cov$		46-14-135-1236-3	covarianza
$DM$		46-145-46-134-3	desviación media
$\mu$		4-134	momento central
$p$		1234	probabilidad
$IC$		46-24-46-14-3	intervalo de confianza
$e$		15	error
$N$		46-1345	distribución normal
$\Gamma$		45-1245	distribución Gamma
$F$		46-124	distribución de Fisher
$U$		46-136	distribución uniforme
$\chi^2$		45-12346-16-3456-12-3	distribución ji cuadrado

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
$P$		46-1234	distribución de Poisson
$Be$		46-12-15-3	distribución de Bernouilli
$B$		46-12	distribución binomial
$t$		2345	distribución t de Student
$k$		13	curtosis
$\Omega$		45-2456	espacio muestral
$f$		124	frecuencia
$F$		46-124	frecuencia acumulada

Si fuera necesario para el uso de algún programa informático, se podrá introducir algún carácter diferenciador antes del signo. Por ejemplo, (2346).



## Capítulo 13. Matemáticas financieras

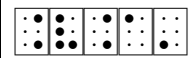
Debido a que muchas expresiones relativas a este tema consisten solamente en letras latinas o griegas —mayúsculas o minúsculas—, la transcripción se ajusta, en general, a la respectiva notación en caracteres visuales. De acuerdo con este criterio, la lista de notaciones que presentaremos a continuación no es exhaustiva y el usuario del presente código podrá introducir las que considere necesarias, ajustándose a estas pautas y a otras ya establecidas en capítulos anteriores, las cuales quedan reflejadas en los siguientes ejemplos.


Asimismo, se tiene en consideración lo ya establecido para la representación de los símbolos/notaciones (ver apartado 10.2. *Funciones representadas por símbolos/notaciones literales*).

Cuando un símbolo/notación consista en un conjunto de dos o más caracteres, siempre terminará con el punto 3. Si un símbolo/notación está dado por un solo carácter, no se agregará el punto 3.

A este efecto se considera que una letra y su prefijo alfabético constituyen un solo carácter. Así, la letra «K» o la letra alfa se consideran conformadas por un único carácter.

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
C		46-14	capital
I		46-24	intereses
T.A.E.		46-2345-46-1-46-15-3	tasa anual equivalente o tasa anual efectiva
a		1	anualidad
i		24	tasa de interés
M		46-134	monto o valor futuro
D		146-145	descuento
d		145	tipo de descuento
A		46-1	amortización
n		1345	períodos

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
VA		46-1236-46-1-3	valor actual

Si fuera necesario para el uso de algún programa informático, se podrá introducir algún carácter diferenciador antes del signo. Por ejemplo,  (2346).

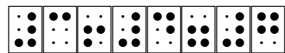
## Capítulo 14. Criterios de adaptación y edición

### 14.1. Aspectos a tener en cuenta en la escritura de textos matemáticos

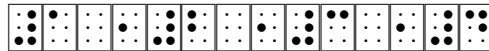
Las expresiones matemáticas se escribirán, en general, sin espacios intermedios (espacios en blanco) excepto en aquellos casos en que un cajetín en blanco forma parte del signo, como se puede ver en los capítulos precedentes (ejemplos: delimitadores —coma, punto y coma, dos puntos—, por lo tanto...).

Ejemplos:

$$3+4=7$$



1, 2, 3, 4

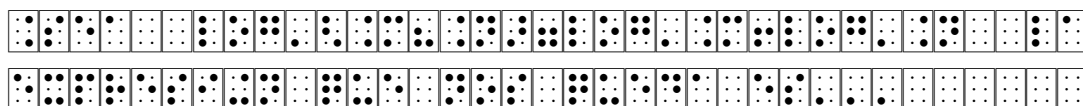


Para evitar posibles confusiones, se recomienda no utilizar la estenografía braille en los textos de ciencias exactas o naturales.

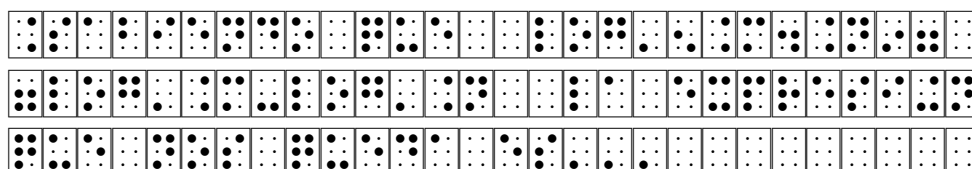
Cuando aparezca una fórmula matemática incluida en un texto, se dejarán dos espacios en blanco antes y dos después de la fórmula. Si el final de la fórmula coincide con el final de la línea no será necesario dejar ningún espacio al inicio del renglón siguiente.

Ejemplos:

Sea  $\log(M \cdot N) = \log M + \log N$  la expresión que nos queda es...



Sabiendo que  $\log \frac{M}{N} = \log M - \log N$  la expresión que nos queda es...

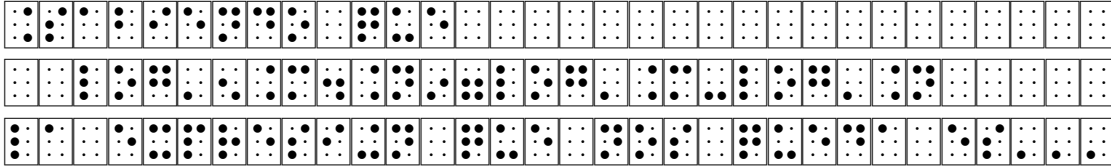


A veces, como recurso editorial, las expresiones matemáticas se colocan en líneas separadas:

Sabiendo que

$$\log \frac{M}{N} = \log M - \log N$$

la expresión que nos queda es...



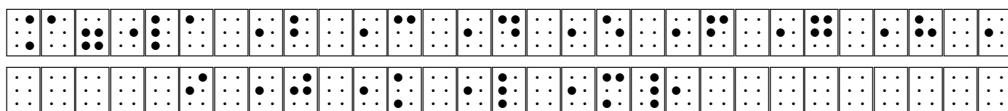
## 14.2. Partición de expresiones matemáticas

En principio, no se partirá ninguna expresión ni ninguna estructura. Cuando una fórmula es demasiado larga puede ser necesario dividirla. Para ello, conviene tener en cuenta las siguientes reglas:

1. De forma general, se partirán las expresiones por signos de operadores relacionales y luego por operadores aritméticos. Se repetirá el signo al comenzar la línea siguiente.
2. Una excepción a esta regla son las expresiones de conjuntos definidos por extensión o por comprensión, sucesiones, etc., que pueden partirse tras un signo de puntuación (como «coma», «punto y coma», «dos puntos»), el cual no se repetirá en el renglón siguiente.

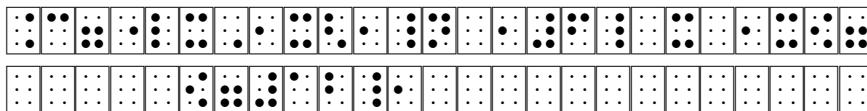
Ejemplos:

$$A = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m\}$$



«C es el conjunto de los x tales que x pertenece al conjunto de los números naturales, 6 divide a x y x es menor o igual que 12».

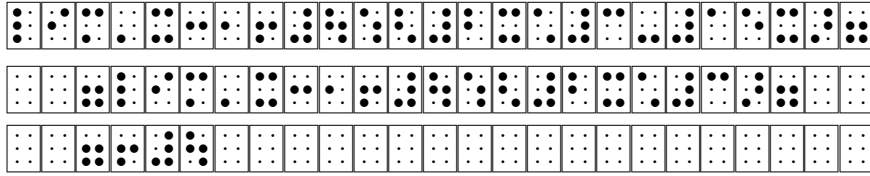
$$C = \{x/x \in \mathbb{N}, 6|x, x \leq 12\}$$



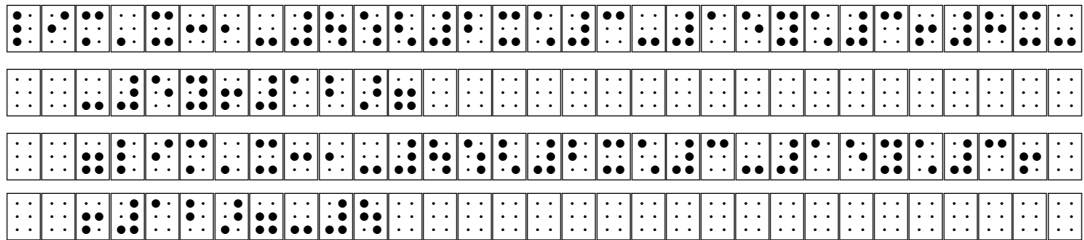
3. Hay una serie de expresiones, operadores unarios representadas por símbolos/notaciones (límites, logaritmos, etc.), que no deben partirse. Siempre van junto a su argumento. Si el argumento no cabe, hay que utilizar las reglas generales de partición por signos. El argumento se pone a continuación y se partirá si es necesario.

Ejemplos:

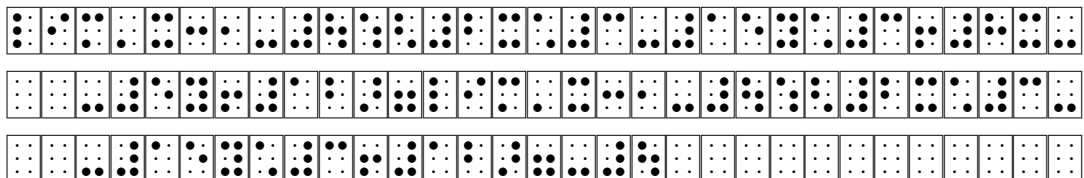
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x^3 + 15x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x^3) = +\infty$$



$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - 15y^3 + 8x - 5y + 12) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - 15y^3 + 12) = -\infty$$



Los signos de igualdad no tienen por qué aparecer solo al comienzo de una línea, siempre que los cortes se produzcan de acuerdo con las reglas generales de partición:



- Si la partición se tiene que realizar en una multiplicación implícita (por ejemplo, si debiera transcribirse una expresión en la cual no aparece el signo de multiplicar en el original), hay que añadir el símbolo de multiplicación en braille.

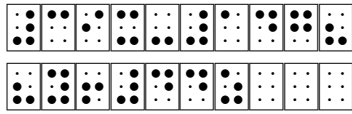
Ejemplos:

Si la expresión  $39x - 147y + 44z$



debiera cortarse por falta de espacio inmediatamente después del 147, tendría que agregarse un signo de multiplicar antes del corte y repetirlo en la línea siguiente:

$$39x - 147 \times \\ \times y + 44z$$

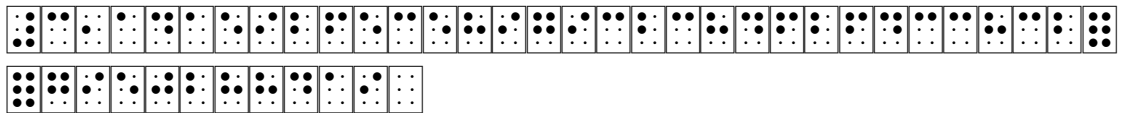


5. Para la representación de cantidades o estructuras que no caben en una línea y no se pueden partir por delimitadores ni por signos de operaciones (o sea, no hay otra opción de partición), se utilizará el guion matemático  $\overline{\text{123456}}$  al final de la línea, se repetirá al comienzo de la siguiente y se continuará sin signo de número, en el caso de que fuera una cantidad.

Ejemplo:

Aproximación del número  $\pi$  con treinta y ocho cifras decimales:

3,14159265358979323846264338327950288419



Los signos de operadores más usuales por los que se puede partir una expresión son:

=	$\overline{\text{1234}}$	igual a
>	$\overline{\text{1234}}$	mayor que
<	$\overline{\text{1234}}$	menor que
$\geq$	$\overline{\text{1234}}$	mayor o igual que
$\leq$	$\overline{\text{1234}}$	menor o igual que
$\gg$	$\overline{\text{1234}}$	mucho mayor que
$\ll$	$\overline{\text{1234}}$	mucho menor que
$\approx$	$\overline{\text{1234}}$	aproximadamente igual a
+	$\overline{\text{1234}}$	más
-	$\overline{\text{1234}}$	menos
$\times$	$\overline{\text{1234}}$	multiplicar (aspas)
$\div$	$\overline{\text{1234}}$	dividido por
$\pm$	$\overline{\text{1234}}$	más o menos
$\wedge$	$\overline{\text{1234}}$	conjunción lógica

$\vee$		disyunción lógica
$\cap$		intersección de conjuntos
$\cup$		unión de conjuntos
$\subset$		incluido en (conjuntos)
$\supset$		incluye a (conjuntos)

### 14.3. Otros aspectos a considerar

1. Se recomienda (fundamentalmente a los editores) que en los textos de Ciencias se incluya una lista con los signos utilizados y su significado.
2. En el capítulo 3 se puede consultar cuáles son la función y el uso de los paréntesis auxiliares. Conviene darlos a conocer cuando aparezcan por primera vez en un texto, dado que se trata de un recurso propio del sistema braille.
3. Números o expresiones tachadas en operaciones matemáticas (no válido para las negaciones relacionales).

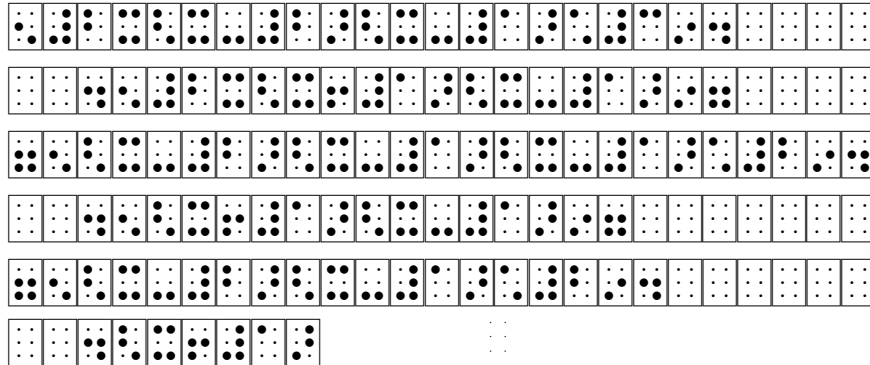
En el caso de que deban incluirse operandos tachados debido a procesos de simplificación o métodos de resolución, la situación se representará en braille mediante sucesivas igualdades, tal como se muestra en los ejemplos siguientes.

Opcionalmente, podrá efectuarse la transcripción de la operación completa, incluyendo los operandos tachados precedidos, sin espacio en blanco, por el signo (12456). Para agrupar términos tachados, si no estuvieran agrupados por otros delimitadores (paréntesis, corchetes, llaves, etc.), deberán utilizarse los paréntesis auxiliares. Se advertirá del uso del signo de tachado en la oportuna «Nota de transcripción braille».

Ejemplos:

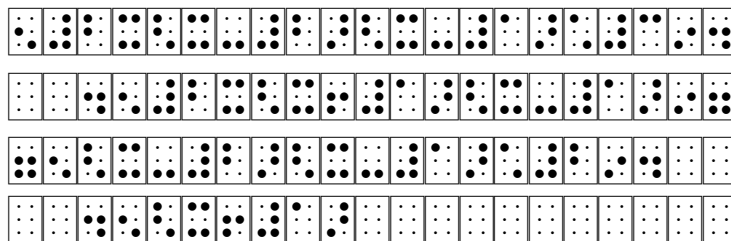
- a) Transcripción sin incluir los signos de tachado, con la simplificación paso a paso que, en general, no aparece en la versión en tinta de la misma situación:

$$\frac{2x(x-2)(x-1)^{\cancel{3}2}}{2x(x+1)(x-1)} = \frac{(x-2)(x-1)(x-1)^2}{(x+1)(x-1)} = \frac{(x-2)(x-1)^2}{(x+1)}$$



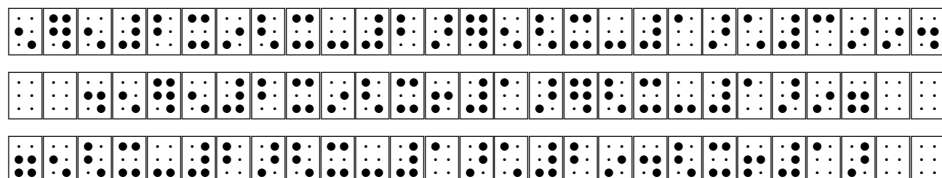
- b) Transcripción sin incluir los signos de tachado, sólo con la simplificación final, que en tinta no se escribe como una igualdad:

$$\frac{2x(x-2)(x-1)^{\cancel{3}2}}{2x(x+1)(x-1)} = \frac{(x-2)(x-1)^2}{(x+1)}$$



- c) Transcripción completa que incluye el signo de «tachado»:

$$\frac{2x(x-2)(x-1)^{\cancel{3}}}{2x(x+1)(x-1)} = \frac{(x-2)(x-1)^2}{(x+1)}$$





## 14.4. Resaltado y coloreado de elementos y expresiones

Ante la necesidad de resaltar de algún modo un texto o una fórmula, el criterio que se adoptará en la adaptación será táctil y no visual.

Si en un libro a transcribir apareciera recuadrada una expresión matemática, deberá evitarse, en lo posible, la reproducción de recuadros que incluyan caracteres braille, los cuales pueden provocar confusión.

En este sentido, una fórmula precedida por un texto en palabras puede resaltarse escribiéndola con renglón en blanco, antes y después de la misma, lo cual simulará el recuadro. Asimismo, pueden definirse sangrías o centrados que contribuyan a destacarla.

El recurso de los colores sirve para reforzar la importancia de un texto, una expresión matemática o parte de ella.

Los colores no forman parte de una expresión matemática, sino que contribuyen a resaltar aquello que el autor considera importante se haga notar.





Si se prescindiera de los colores, no se modificaría la expresión matemática, aunque deberá adaptarse en el texto braille la referencia a esos colores.

El autor o el editor que agrega colores lo hace pensando en una de las cualidades del sentido de la vista, que permite de una mirada *a priori* visualizar los textos así resaltados. Es decir: se agregan los colores suponiendo que el lector puede apreciarlos, discernirlos y mejorar la comprensión de un texto a través de esa percepción que puede verificarse con un solo golpe de vista. Ese tipo de percepción no se verifica por parte de un lector ciego.

A continuación, se incluye una serie de ejemplos ilustrativos de cómo proceder en diferentes casos que no están sujetos a normas.

Cuando sea preciso diferenciar letras en distinto color, se utilizarán los signos recogidos en el capítulo 1. *Caracteres literales*, apartado 1.3. *Variantes tipográficas del alfabeto latino*.

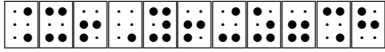
Estos son:

- Prefijo de 1.<sup>a</sup> variante tipográfica en minúscula: signo braille  (6).
- Prefijo de 1.<sup>a</sup> variante tipográfica en mayúscula: signo braille  (56).
- Prefijo de 2.<sup>a</sup> variante tipográfica en minúscula: signo braille  (346).
- Prefijo de 2.<sup>a</sup> variante tipográfica en mayúscula: signo braille  (146).


Ejemplo:

Los colores que se mencionan son aquellos diferentes del adoptado por defecto.

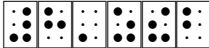
X+y+z=H



La letra X mayúscula es negra, la letra y minúscula es roja, la z minúscula es verde y la H mayúscula es verde.

Si es preciso indicar que una de las cifras de un número está escrita con una tipografía especial, se puede utilizar la tercera serie del alfabeto braille, que está integrada por los diez primeros caracteres con los que se forman las cifras más los puntos  (36).

Ejemplo:


8.592 


Número 8592 con las cifras impares en color azul.

En el capítulo 2 se muestran otras formas de representar algunas variantes de color que pueden aparecer en los números.

## 14.5. Espacios para cumplimentación o relleno dentro de expresiones matemáticas

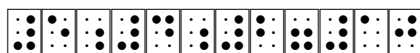
1. Un solo carácter a cumplimentar. Se dan dos casos:


- a) Signo braille formado por los puntos  (56) si sustituye a una letra (uso literario normal) o a un signo aritmético se pondrá solo, ya que equivale a un carácter.

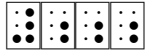
Por ejemplo, en un ejercicio donde se pida al alumno que escriba los signos de más, menos, por o dividido en el lugar adecuado de los espacios en blanco para obtener el resultado, los espacios se reemplazan por el signo  (56) como se indica en el ejemplo siguiente:

5 \_ 4 \_ 2=10

En braille se escribiría:



- b) Si sustituye a un número, el número puede tener uno, dos, tres o más caracteres, además del signo de número. Entonces, si es un número de tres cifras, habrá que escribir el signo de número seguido de tres veces  (56):




Hay que usarlo siempre con el signo de número delante, ya que este signo (de carácter rellenable) equivale a un solo carácter.

Ejemplos:


$$12+13= \_ \_ \quad \img alt="Braille representation of the equation 12+13= followed by two blank boxes." data-bbox="384 271 625 295"/>$$

Averigua las cifras que faltan en el resultado de esta operación:

$$23+145=1 \_ \_$$

En braille se escribirá: 

2. Número indeterminado de caracteres para cumplimentar.

Se utilizará el signo braille  (56-36-23).

Ejemplo:

$$719+83= \_ \_ \quad \img alt="Braille representation of the equation 719+83= followed by two blank boxes." data-bbox="444 482 705 505"/>$$

$$3 \div 12 = 18 \div \square \quad \img alt="Braille representation of the equation 3 divided by 12 equals 18 divided by a blank box." data-bbox="444 515 793 538"/>$$

## Apéndice 1. Unidades matemáticas y físicoquímicas

De acuerdo con lo que se establece en este Apéndice para la notación de las unidades, la representación de las unidades de medida de ángulos no incluye el punto 3 al final (ver 11.5).

En el caso particular de los grados sexagesimales y centesimales, así como de los respectivos minutos y segundos, nunca se dejará espacio en blanco entre el coeficiente numérico y la unidad.

### 1.1. Unidades físicoquímicas fundamentales

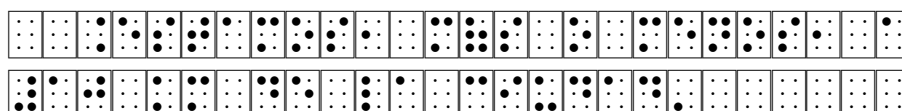
Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
m		134	metro
kg		13-1245	kilogramo
s		234	segundo
K		46-13	kelvin
A		46-1	amperio
mol		134-135-123	mol
cd		14-145	candela

Las unidades de medida se representan dejando un espacio en blanco de no separación entre la cantidad y la unidad, de la misma manera que se representan en caracteres visuales.

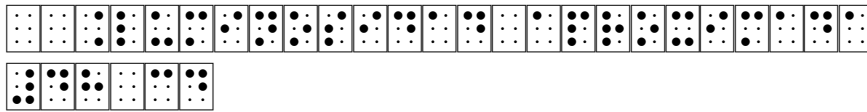
*Espacio en blanco de no separación* significa que la cantidad y la unidad deben estar en el mismo renglón.

Ejemplos:

Estamos, más o menos, a 10 km de la ciudad.

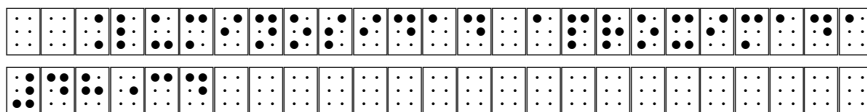


Luminosidad aproximada 40 cd



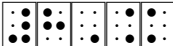
Si bien se establece la utilización de un espacio de no separación para la representación de unidades, no se considerará incorrecto representarla de acuerdo con lo establecido para las expresiones algebraicas en los capítulos 1 y 5.

De este modo, el último ejemplo también estaría correctamente escrito con el punto 5 separando el número de la primera letra de la unidad:



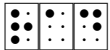




Si fuera necesario para el uso de algún programa informático o por otros motivos, se podrá introducir algún carácter diferenciador en lugar del espacio. Por ejemplo, el punto 6.

En este ejemplo, se representa la unidad de temperatura (kelvin) con el punto 6 entre la cifra y el símbolo.

8 K 

## 1.2. Unidades físicoquímicas derivadas

Para su escritura, se utilizarán las mismas reglas que en el caso de las unidades físicoquímicas elementales (ver 1.1).

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
rad		1235-1-145	radián
sr		234-1235	estereorradián
Hz		46-125-1356	hercio
N		46-1345	newton
Pa		46-1234-1	pascal
J		46-245	julio
W		46-2456	watio

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
C		46-14	culombio
V		46-1236	voltio
F		46-124	faradio
$\Omega$		45-2456	ohmio
S		46-234	siemens
Wb		46-2456-12	weber
$^{\circ}\text{C}$		356-46-14	grado Celsius
lm		123-134	lumen
lx		123-1346	lux
Bq		46-12-12345	becquerel
Gy		46-1245-13456	gray
Sv		46-234-1236	sievert

Ejemplo:

$J = \text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$

### 1.3. Prefijos para múltiplos y submúltiplos

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
da		145-1	deca
d		145	deci
h		125	hecto
c		14	centi
k		13	kilo

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
m		134	mili
M		46-134	mega
μ		4-134	micro
G		46-1245	giga
n		1345	nano
T		46-2345	tera
p		1234	pico
P		46-1234	peta
E		46-15	exa
a		1	atto
Z		46-1356	zetta
z		1356	zepto
Y		46-13456	yotta
y		13456	yocto

El conjunto formado por un símbolo de prefijo y un símbolo de unidad constituye un nuevo símbolo inseparable.

Ejemplos:

1 m=100 cm=0,1 km

10 dm=1 m=100 cm=0,1 dam=0,001 km

1002 hPa

## Apéndice 2

### 2.1. Ordinales

Se forman con los signos de la quinta serie precedidos del signo numérico y seguidos de las letras «a» u «o».

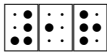
Ejemplos:

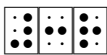
 1<sup>º</sup>

 2<sup>º</sup>


 10<sup>ª</sup>, etc.



Los ordinales «primer» y «tercer» se representan:

 1<sup>er</sup>

 3<sup>er</sup>

### 2.2. Numeración romana

Aunque los números romanos se representan en tinta con letras mayúsculas, para su transcripción en braille bastará con utilizar el prefijo  (46) solamente al comienzo del número.

El trazo horizontal que multiplica por mil la parte cubierta del número y el doble trazo que multiplica por un millón, se transcribirán usando  (25) y  (25-25), respectivamente, detrás de la última letra afectada.

Ejemplo:

VIXLDXXI 



## 2.3. Monedas

La representación en braille de la mayoría de los símbolos de moneda se realiza con el signo formado por los puntos 456 seguido de un cajetín o más que representan la unidad monetaria.

En la siguiente tabla aparecen algunos de ellos:

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
Bs		456-12-234	bolívar
₡		456-14	colón
€		456-15	euro
\$		456-1234	peso
\$		456-234	dólar
DM		456-134	marco alemán
¥		456-13456	yen
฿		456-12	bitcoin

Otros signos para los que no se utiliza el 456 como prefijo son:

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
¢		45-14	centavo
£		5-2346	libra
R\$		46-1235	real

**Nota:** en algunos países, la unidad monetaria se escribe antes del número y en otros después de este.

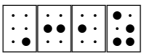
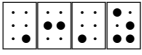
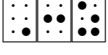
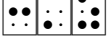
Ejemplos: \$10 = 1000 ¢

5\$=4,23€

R\$150

## Apéndice 3. Combinaciones de flechas y puntos

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
↑		456-1	flecha hacia arriba
↓		456-3	flecha hacia abajo
↕		456-13	flecha arriba-abajo
↖		5-16	flecha oblicua arriba-izquierda
↘		16-2	flecha oblicua abajo-derecha
↙↘		5-16-2	flecha abajo-derecha y arriba izquierda
↙		5-34	flecha abajo-izquierda
↗		34-2	flecha arriba-derecha
↖↗		5-34-2	flecha abajo-izquierda y arriba derecha
•←		5-246-25	punto-Flecha izquierda
→•		25-135-2	flecha derecha-punto
←•		4-246-25	flecha izquierda con punto encima
←•		6-246-25	flecha izquierda con punto debajo
→•		4-25-135	flecha derecha con punto encima
→•		6-25-135	flecha derecha con punto debajo
↔ Z		5-25-2-1356	flecha izquierda-derecha sobre la letra z
←• Z		5-25-3-1356	flecha izquierda-punto sobre la letra z

Signo visual	Signo braille	Puntos braille	Significado
•→ z		6-25-2-1356	punto-flecha derecha sobre la letra z
• — • z		6-25-3-1356	punto-barra superior-punto sobre la letra z
• — z		6-25-1356	punto-barra superior sobre la letra z
— • z		25-3-1356	barra superior-punto sobre la letra z



CONSEJO  
IBEROAMERICANO  
DEL BRAILLE



**C · B**

